



РЕГИОНАЛЬНЫЙ
НАУЧНО-
ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ
ЦЕНТР

Всероссийская научная конференция
«Декабрьские чтения в Томске – 2021»
6 - 10 декабря 2021

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ И ПЕРЕНОСА ПРИМЕСИ В УЛИЧНЫХ КАНЬОНАХ*

*Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования
РФ (соглашение № 075-02-2021-1392)



А.В. Старченко

Заведующий кафедрой вычислительной
математики и компьютерного моделирования
ММФ ТГУ

Региональный научно-образовательный
математический центр ТГУ

Введение

В настоящее время более половины населения планеты проживает в городах, а по прогнозам к 2050 году на урбанизированных территориях будет проживать до 75 % населения. Поэтому важными задачами является обеспечение комфортности пребывания человека на городской территории, осуществление контроля качества атмосферного воздуха и оперативного прогноза экстремальных погодных явлений на городских территориях.

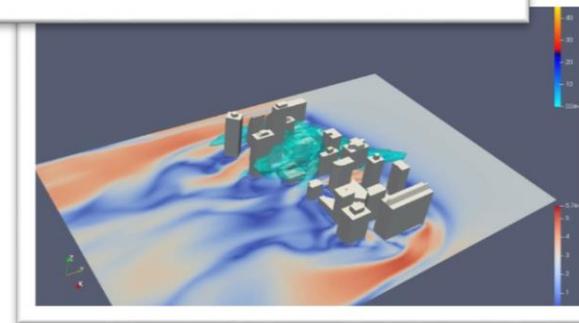
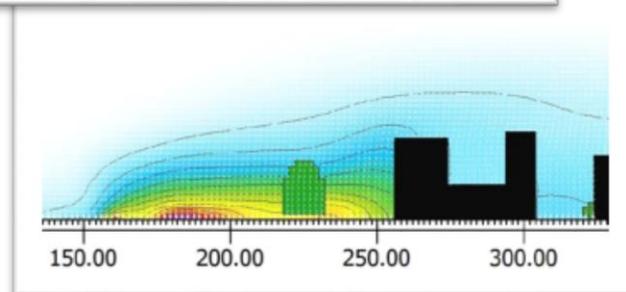
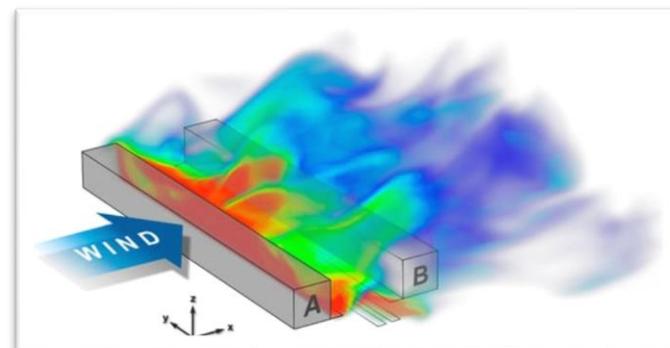


Введение

В настоящее время для решения проблем охраны окружающей среды наряду с приборным контролем состава атмосферного воздуха активно применяются методы математического моделирования, которые позволяют численно предсказывать детальную картину распределения концентраций газовых составляющих, загрязняющих атмосферный воздух.

Коммерческие пакеты:

OpenFOAM, FLUENT, STAR-CD, PHOENICS

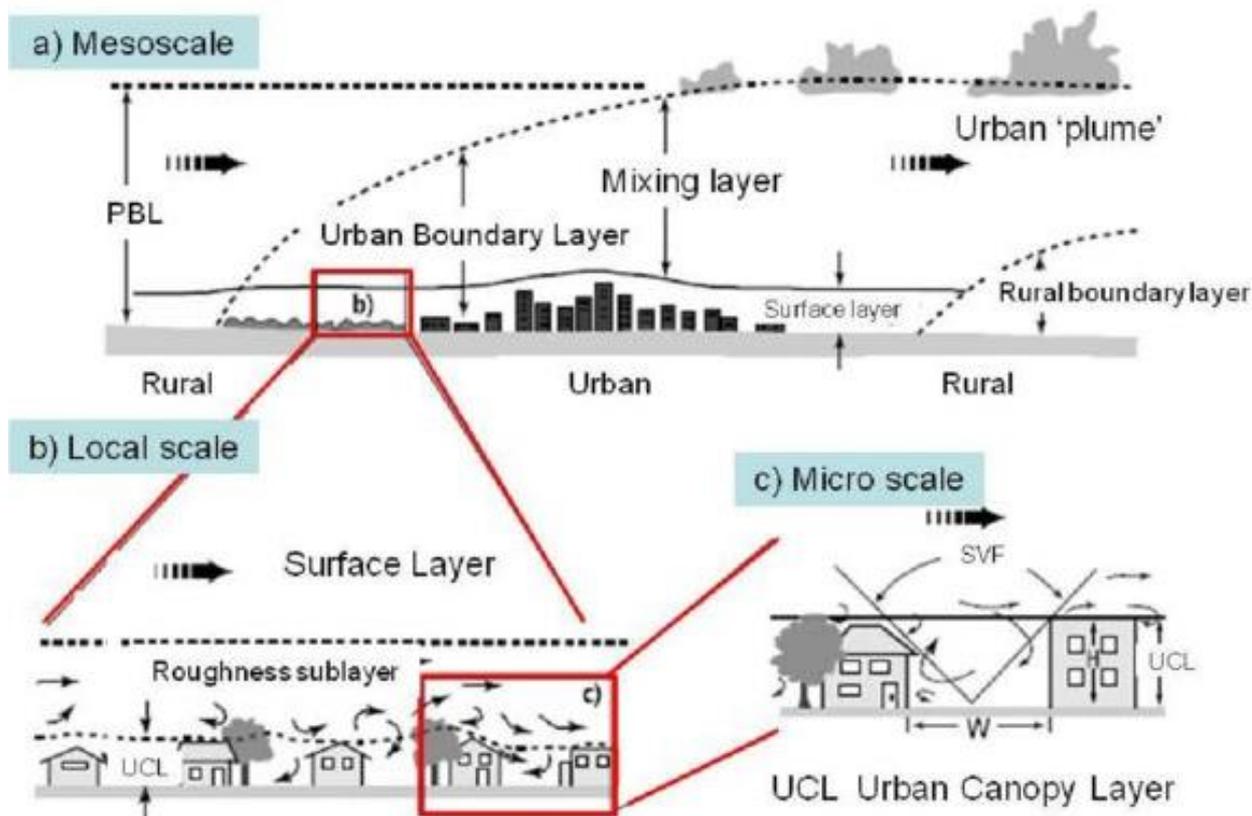


FlowVision

ENVI
_MET

Введение

Моделирование структуры городского пограничного слоя, состава атмосферы и ее динамики, представляет собой сложнейшую задачу математического моделирования. В настоящее время для её решения широко используются микромасштабные модели вычислительной гидродинамики основанные на RANS и LES подходах к моделированию турбулентности.



Введение

Базовым элементом архитектуры современного города является уличный каньон, поэтому он выступает в качестве объекта экологических исследований, посвященных, как изучению распространения и рассеивания вредных выбросов в городских кварталах, так и микроклимата города в целом.



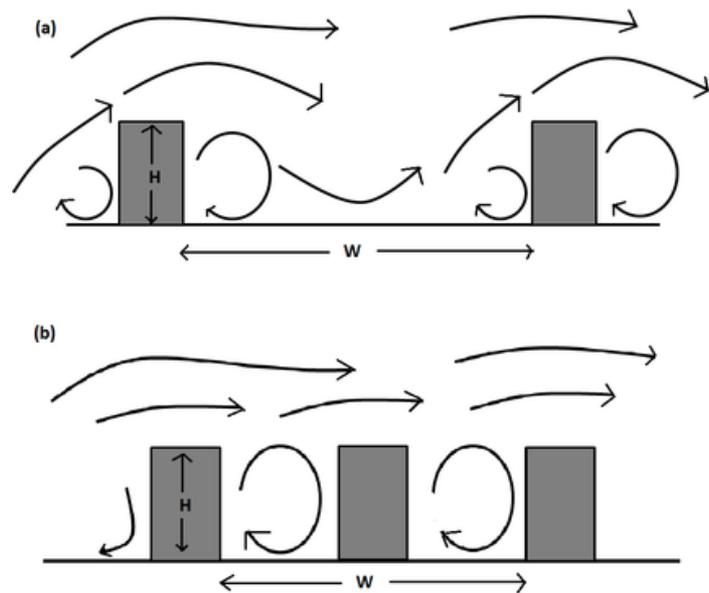
Введение

В роли основных источников загрязнения атмосферного воздуха выступают промышленные предприятия, автомобильный транспорт, котельные и ТЭЦ. Особо в этом ряду выделяется автотранспорт, потому как за последние несколько десятилетий именно он стал основным источником загрязнения.



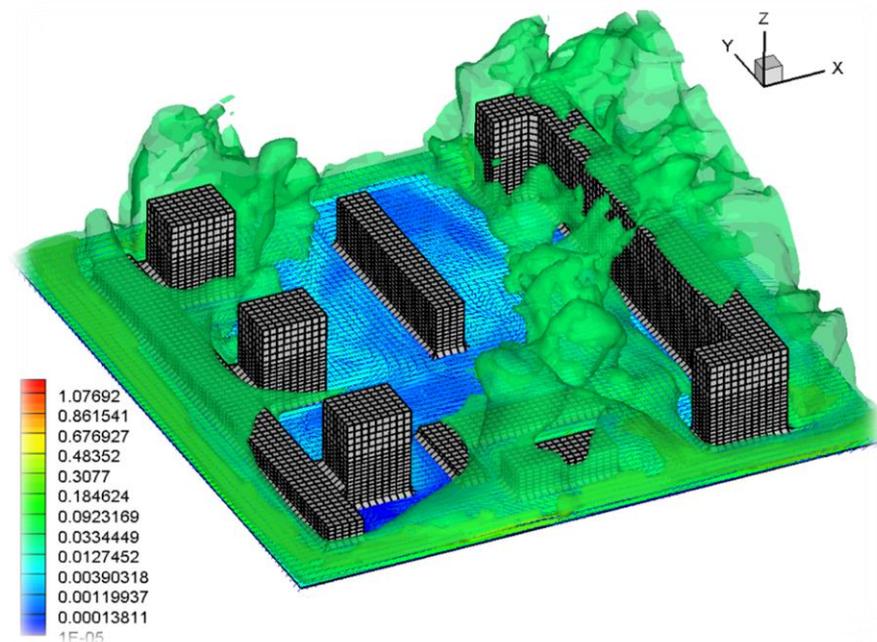
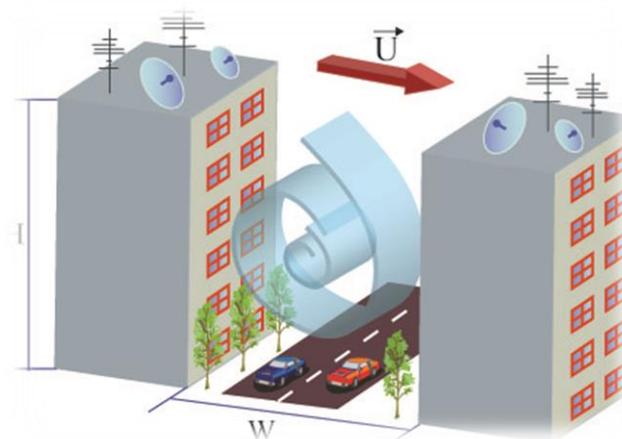
В качестве важных параметров, влияющих на структуру течения и механизм распространения примеси, можно выделить метеоусловия (скорость и направления ветра), геометрические характеристики (соотношение сторон уличного каньона), температурную неоднородность и влияние растительности.

Изучению данного вопроса посвящено большое количество работ, как в России, так и за рубежом. За последние несколько десятилетий исследователи значительно продвинулись в части моделирования переноса вредных выбросов.



Введение

Целью работы является построение, апробация и применение микромасштабной математической модели и численного метода ее решения для исследования турбулентных течений и переноса пассивной газообразной примеси в уличных каньонах и элементах городской застройки.



Математическая постановка задачи

Турбулентное движение несжимаемой жидкости описывается уравнениями Навье-Стокса, а тепло-, массообмен уравнением адвекции-диффузии:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial u_j C}{\partial x_j} = \alpha_c \frac{\partial^2 C}{\partial x_j \partial x_j} + S; \quad (3)$$

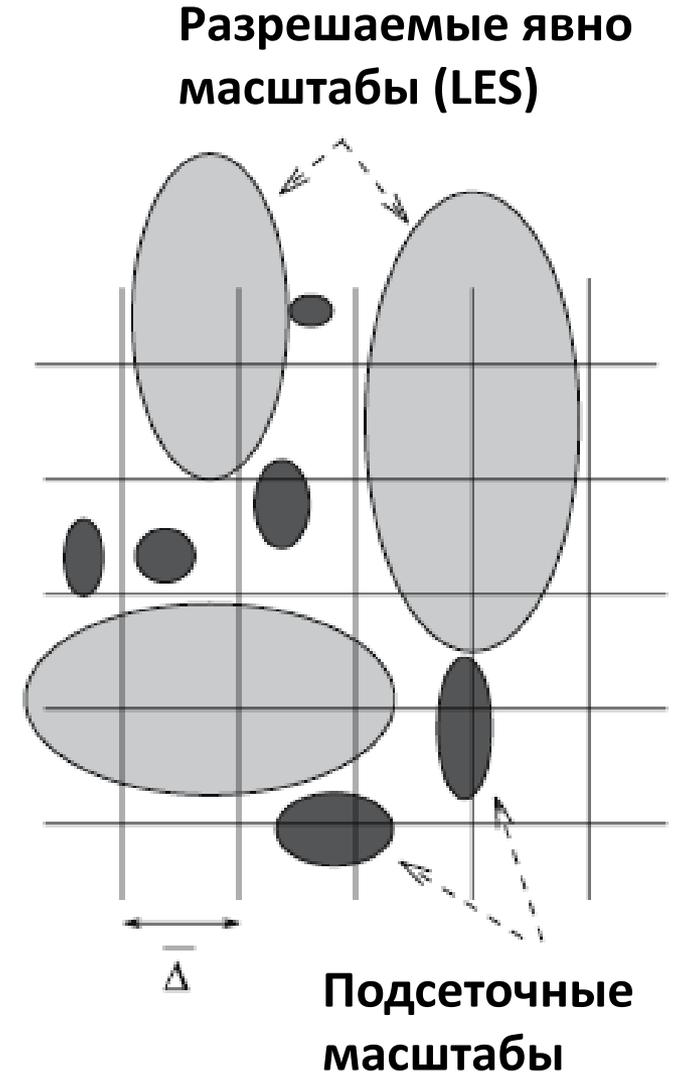
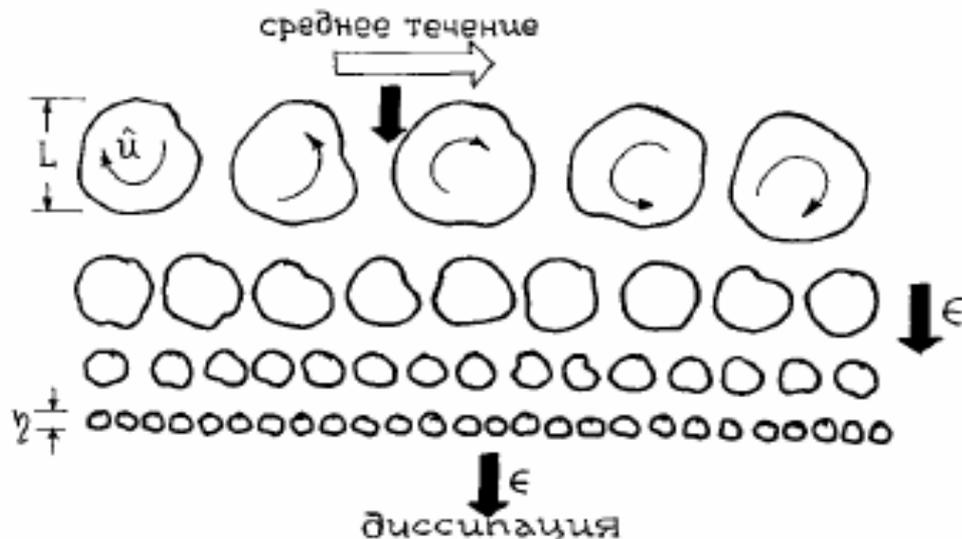
$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial u_j T}{\partial x_j} = \alpha_T \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j}; \quad (4)$$

где u_i – компоненты мгновенного поля скорости, ν – коэффициент кинематической вязкости, P – давление, C – концентрация примеси, T – температура, S – функция распределения источников, α_c – коэффициент диффузии, α_T – коэффициент температуропроводности, ρ – плотность.

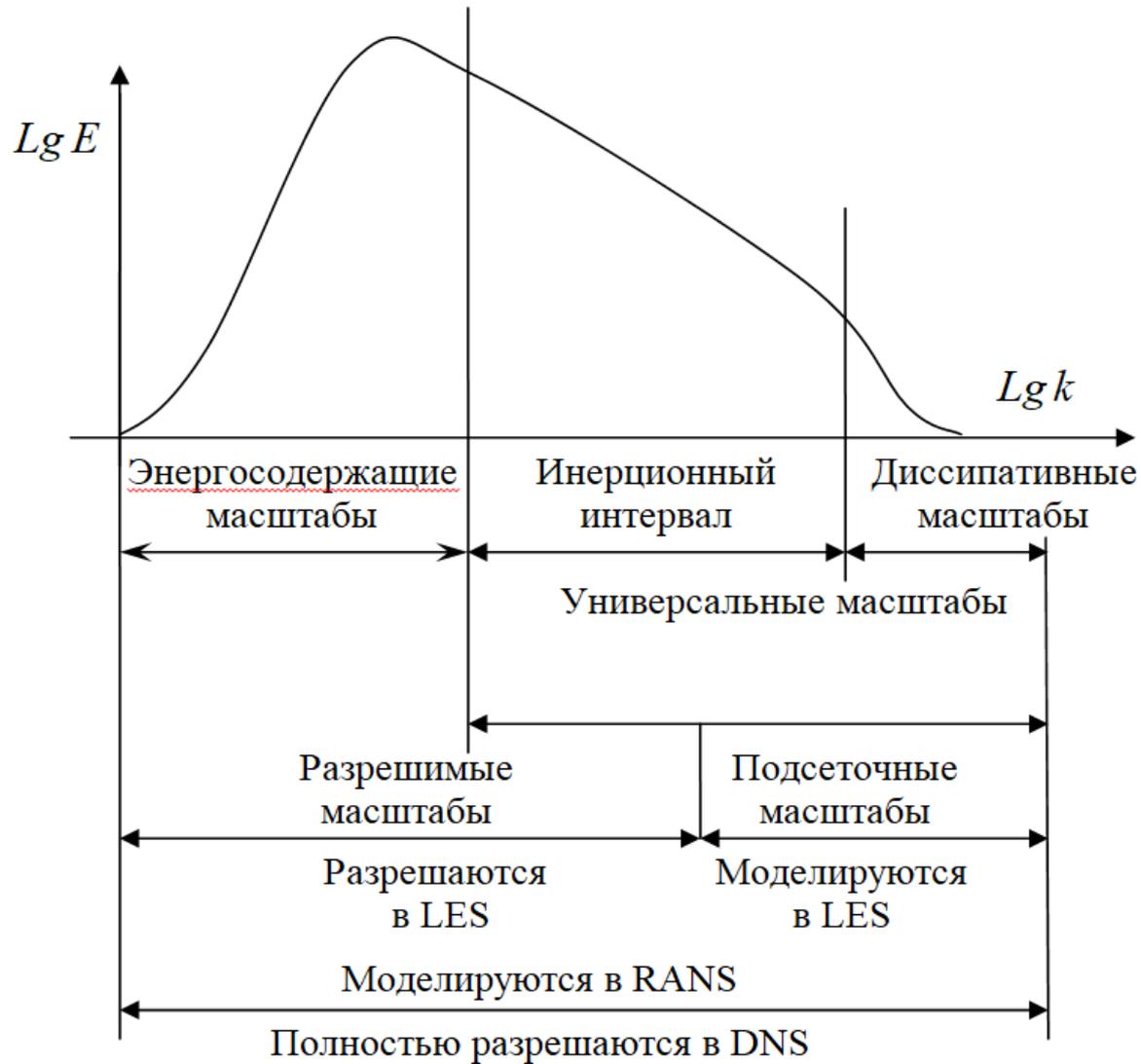
Моделирование турбулентности

Моделирование турбулентных течений

- **DNS**, прямое численное моделирование (Direct Numerical Simulation)
- **LES**, моделирование крупных вихрей (Large Eddy Simulation)
- **RANS**, базируется на осреднённых по времени уравнениях Навье-Стокса (Reynolds-Averaged Navier-Stokes)



Моделирование турбулентных течений



Спектр кинетической энергии турбулентности и трактовка различных подходов к моделированию турбулентности

LES - Модель

LES - Модель

При разделении крупных и мелких структур турбулентного потока используется операция фильтрации, согласно которой переменные ячеечного масштаба определяются уравнением

$$\bar{f}(x, t) = \int G(x, x') f(x', t) dx'; \quad (5)$$

а подсеточные переменные – по формуле

$$f'(x, t) = f(x, t) - \bar{f}(x, t); \quad (6)$$

Отфильтровывая уравнения Навье-Стокса и энергии, получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} &= 0; \\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}; \\ \frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{C}}{\partial x_j} &= \alpha \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} + \bar{S}; \end{aligned} \quad (7)$$

Система уравнений получается незамкнутой, так как содержит нефильтрованные компоненты скорости и концентрации (температуры)

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j;$$

$$q_j = \overline{C u_j} - \bar{C} \bar{u}_j;$$

Центральная проблема LES.

$$\tau_{ij} \approx T_{ij}(\bar{u}_k, \bar{u}_l, \bar{u}_m); \quad (8)$$

Реализовано две подсеточные модели.

1) Модель Смагоринского:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \cdot \delta_{ij} \cdot \tau_{kk} = -2 \cdot \nu_T \cdot \bar{S}_{ij}; \quad (9)$$

$$q_j = -\frac{\nu_T}{St_T} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_j}; \quad (10)$$

Где

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \text{тензор скорости деформации, построенный по фильтрованному полю скорости};$$

$$\nu_T = (C_s \Delta)^2 \cdot \sqrt{2 \cdot \bar{S}_{ij} \cdot \bar{S}_{ij}} - \text{формула турбулентной вязкости};$$

C_s - безразмерная константа (коэффициент Смагоринского);

Δ - ширина фильтрации.

2) Замыкание динамического типа.

$$T_{ij} = \overline{u_i u_j} - \hat{u}_i \hat{u}_j \quad (11) \quad \hat{\tau}_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (12) \quad (\hat{\quad}) - \text{тестовый фильтр}$$

Тождество Германно (не содержит нефильтрованных компонент скорости)

$$L_{ij} = T_{ij} - \hat{\tau}_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \hat{u}_i \hat{u}_j \quad (13)$$

Применяя подсеточную модель Смагоринского для приближенного вычисления τ_{ij} , T_{ij} получаем переопределенную систему для определения параметра C_s^2

$$L_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} = \alpha_{ij} C_s^2 - C_s^2 \beta_{ij} \quad (14)$$

Где

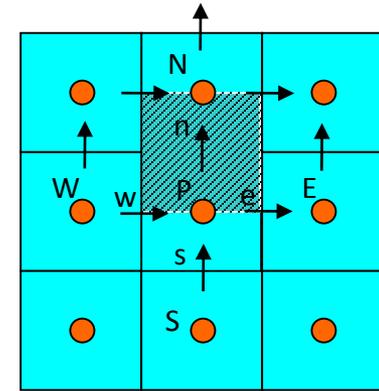
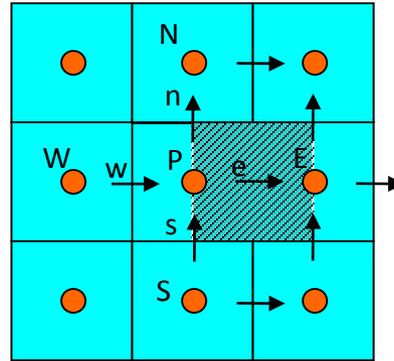
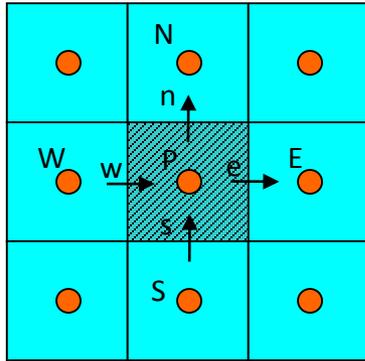
$$\alpha_{ij} = -2\hat{\Delta}^2 \left| \hat{S} \right| \hat{S}_{ij} \quad \beta = -2\Delta^2 \left| \bar{S} \right| \bar{S}_{ij} \quad m_{ij} = \alpha_{ij} - \beta_{ij}$$

Решение которой находится из минимизации нормы невязки

$$E_{ij} = L_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} - \alpha_{ij} C_s^2 - \beta_{ij} C_s^2 \quad \text{и определяется по формуле} \quad C_s^2 = \frac{m_{ij} L_{ij}}{m_{kl} m_{kl}} \quad (15)$$

Численный метод решения

Аппроксимация дифференциальной задачи осуществлялась на основе метода конечного объема. Использовалась разнесенная сетка.



Контрольный объем для P Контрольный объем для u_1 Контрольный объем для u_2

Для аппроксимации по времени использовалась явная схема Адамса-Бэшфорда второго порядка.

Для аппроксимации диффузионных слагаемых использовалась центрально-разностная схема.

Для аппроксимация конвективных слагаемых можно выбрать одну из следующих схем:

- Противопотоковая схема MLU.
- Направленная схема QUICK.
- Центрально-разностная схема.

Центрально-разностная схема

Известно, что эта схема не является монотонной, однако в силу ее консервативности она часто применяется при моделировании турбулентности методом крупных вихрей.

Второй порядок:

$$\Phi_e^n = 1/2 \Phi_{i+1,j,k}^n + 1/2 \Phi_{i,j,k}^n$$

Четвертый порядок

$$\Phi_e^n = -1/16 \cdot \Phi_{i+2,j,k}^n + 9/16 \cdot \Phi_{i+1,j,k}^n + 9/16 \cdot \Phi_{i,j,k}^n - 1/16 \cdot \Phi_{i-1,j,k}^n$$

Схема QUICK

Эта схема так же, как и центрально-разностная имеет второй порядок аппроксимации, но в отличие от нее, имеет противопотоковую направленность, которая выражается в выборе используемого шаблона схемы в зависимости от направления потока.

$$\Phi_e^n = \begin{cases} -1/8 \cdot \Phi_{i-1,j,k}^n + 6/8 \cdot \Phi_{i,j,k}^n + 3/8 \cdot \Phi_{i+1,j,k}^n, & u_e > 0; \\ 3/8 \cdot \Phi_{i,j,k}^n + 6/8 \cdot \Phi_{i+1,j,k}^n - 1/8 \cdot \Phi_{i+2,j,k}^n, & u_e \leq 0; \end{cases}$$

Схема MLU

Значение искомой функции на грани определяется по формуле

$$\Phi_e^n = \begin{cases} \Phi_{i,j,k}^n + S_E^+ \cdot \frac{dx_i}{2}, & u_e > 0; \\ \Phi_{i+1,j,k}^n - S_E^- \cdot \frac{dx_i}{2}, & u_e \leq 0; \end{cases}$$

$$S_E^\pm = \min \text{mod} \left[\left(a_e + b_e^\pm \right) / 2, 2 \cdot \min \text{mod} \left[a_e, b_e^\pm \right] \right];$$

$$\min \text{mod} \left[a_e, b_e^\pm \right] = \begin{cases} a_e, & |a_e| \leq |b_e^\pm| \text{ and } a_e \cdot b_e^\pm > 0; \\ b_e^\pm, & |a_e| > |b_e^\pm| \text{ and } a_e \cdot b_e^\pm > 0; \\ 0, & a_e \cdot b_e^\pm < 0; \end{cases}$$

$$a_e = \frac{\Phi_{i+1,j,k} - \Phi_{i,j,k}}{dx_i} \quad b_e^\pm = \begin{cases} \frac{\Phi_{i,j,k} - \Phi_{i-1,j,k}}{dx_{i-1}}, & u_e > 0; \\ \frac{\Phi_{i+2,j,k} - \Phi_{i+1,j,k}}{dx_{i+1}}, & u_e \leq 0; \end{cases}$$

Численный метод решения

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial(u_1 \Phi)}{\partial x_1} + \frac{\partial(u_2 \Phi)}{\partial x_2} + \frac{\partial(u_3 \Phi)}{\partial x_3} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left[\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \right] + \frac{\partial}{\partial x_2} \left[\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} \right] + \frac{\partial}{\partial x_3} \left[\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} \right] + S,$$

Схема Адамса Бэшфорда:
$$\Phi_{i,j,k}^{n+1} = \Phi_{i,j,k}^n + \Delta t_n \left(\frac{3}{2} f(\Phi^n) - \frac{1}{2} f(\Phi^{n-1}) \right)$$

Результатом приближенного интегрирования уравнения движения по одному конечному объему является готовая для вычислений формула :

$$\begin{aligned} ap_{i,j,k}^0 \Phi_{i,j,k}^{n+1} &= ap_{i,j,k}^0 \Phi_{i,j,k}^n \\ &+ \frac{3}{2} \left(ap_{i,j,k}^n \Phi_{i,j,k}^n + ae_{i,j,k}^n \Phi_{i+1,j,k}^n + an_{i,j,k}^n \Phi_{i,j+1,k}^n + at_{i,j,k}^n \Phi_{i,j,k+1}^n \right. \\ &\quad \left. + aw_{i,j,k}^n \Phi_{i-1,j,k}^n + as_{i,j,k}^n \Phi_{i,j-1,k}^n + ab_{i,j,k}^n \Phi_{i,j,k-1}^n + b_{i,j,k}^n \right) \\ &- \frac{1}{2} \left(ap_{i,j,k}^{n-1} \Phi_{i,j,k}^{n-1} + ae_{i,j,k}^{n-1} \Phi_{i+1,j,k}^{n-1} + an_{i,j,k}^{n-1} \Phi_{i,j+1,k}^{n-1} + at_{i,j,k}^{n-1} \Phi_{i,j,k+1}^{n-1} \right. \\ &\quad \left. + aw_{i,j,k}^{n-1} \Phi_{i-1,j,k}^{n-1} + as_{i,j,k}^{n-1} \Phi_{i,j-1,k}^{n-1} + ab_{i,j,k}^{n-1} \Phi_{i,j,k-1}^{n-1} + b_{i,j,k}^{n-1} \right) \end{aligned}$$

Численный метод решения

Для согласования полей скорости и давления использовалась схема предиктор-корректор, в соответствии которой явная схема Адамса-Бэшфорда для уравнения движения выполняла функцию предиктора, а коррекция поля скорости выполнялась на основе решения уравнение для поправок давления.

Поправки к давлению вычислялись с помощью одного из следующих методов:

1. Метод Зейделя с красно-черным упорядочиванием.
2. Явный метод Булеева.
3. Метод сопряженных градиентов.
4. Метод бисопряженных градиентов.

Помимо этого изучалось влияние предобуславливателей, построенных на основе:

1. Метода неполной факторизации Булеева.
2. Метода Зейделя с красно-черным упорядочиванием.

Таким образом численное решение уравнений Навье-Стокса состоит из двух основных шагов:

1. Численное решение нестационарного трехмерного уравнения переноса для каждой компоненты скорости.
2. Численное решение уравнения Пуассона для отыскания поправок давления.

Верификация численного метода

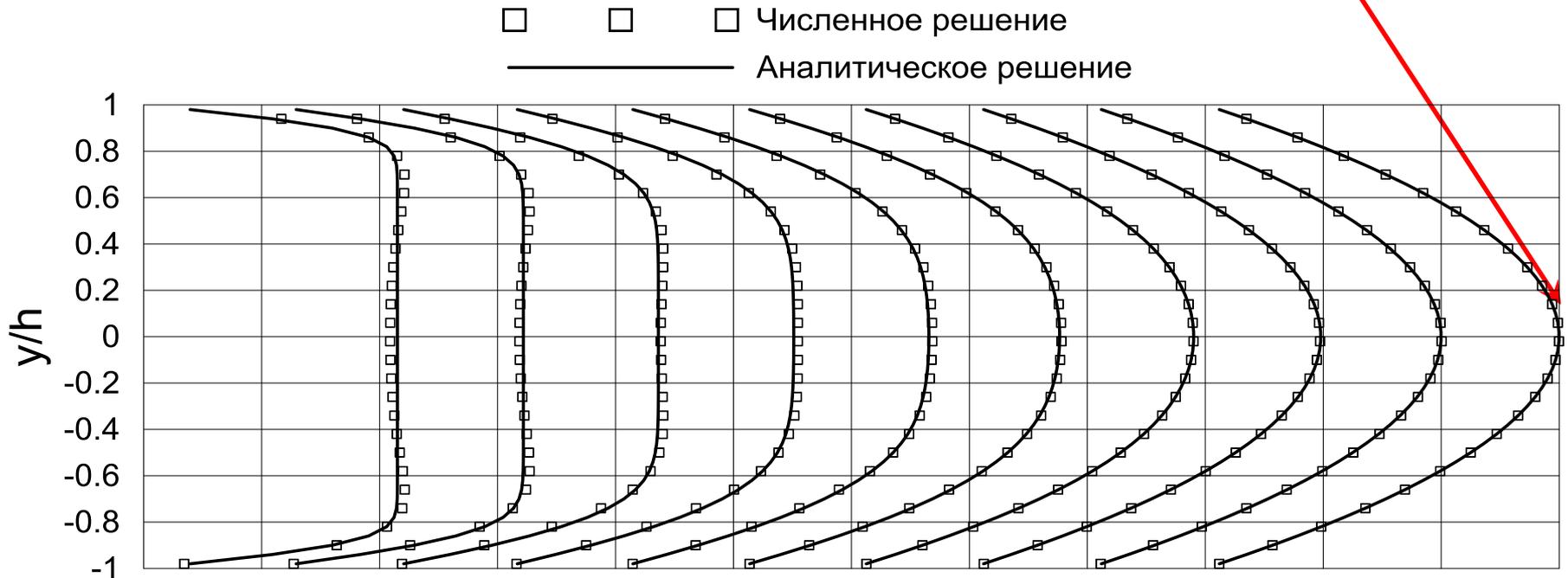
Тестирование полученного численного алгоритма проведено на задаче исследования ламинарного течения в начальном участке плоского канала

Профиль скорости в начальном участке плоского канала можно определить с помощью уравнений, полученных С.М. Таргом приближенным методом

Характеристика течения

$$U_{in} = 0.16 \text{ m/s} \quad 2h = 0.025 \text{ m} \quad Re = 200$$

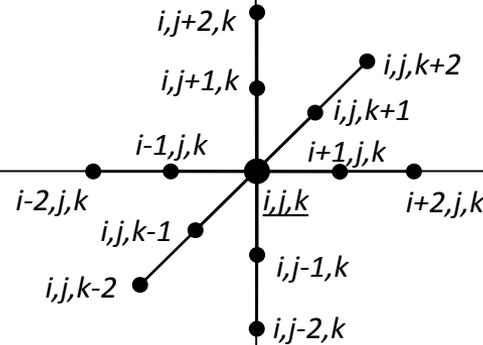
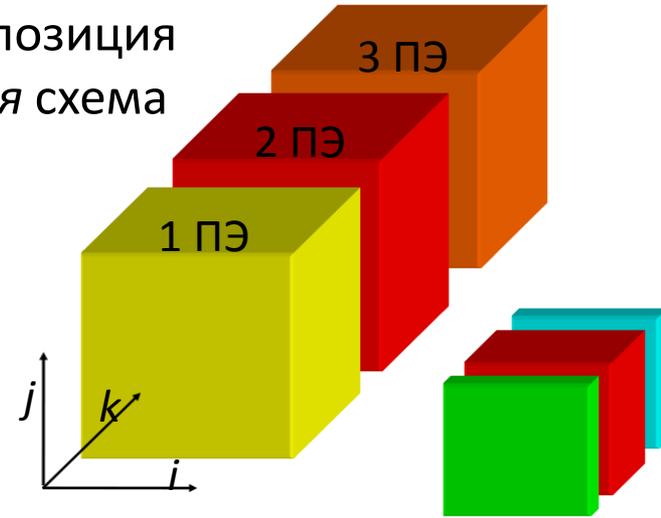
При $x > 0.18hRe$ профиль скорости приобретает параболический вид.



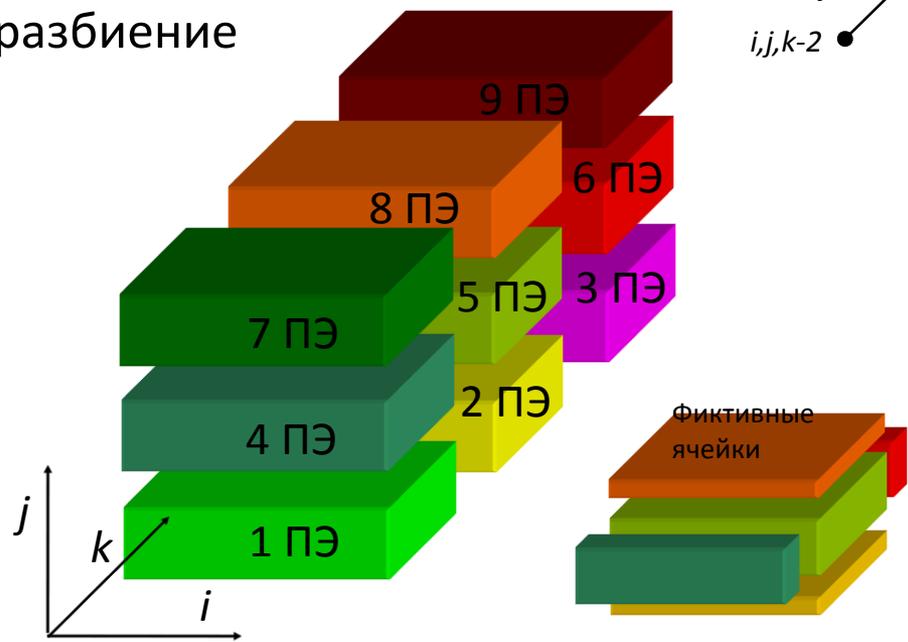
Параллельная реализация алгоритма

Наиболее общим подходом равномерного распределения вычислительной нагрузки между вычислительными узлами при решении сеточных уравнений является распределение вычислительных областей на подобласти. Так называемый принцип геометрической декомпозиции.

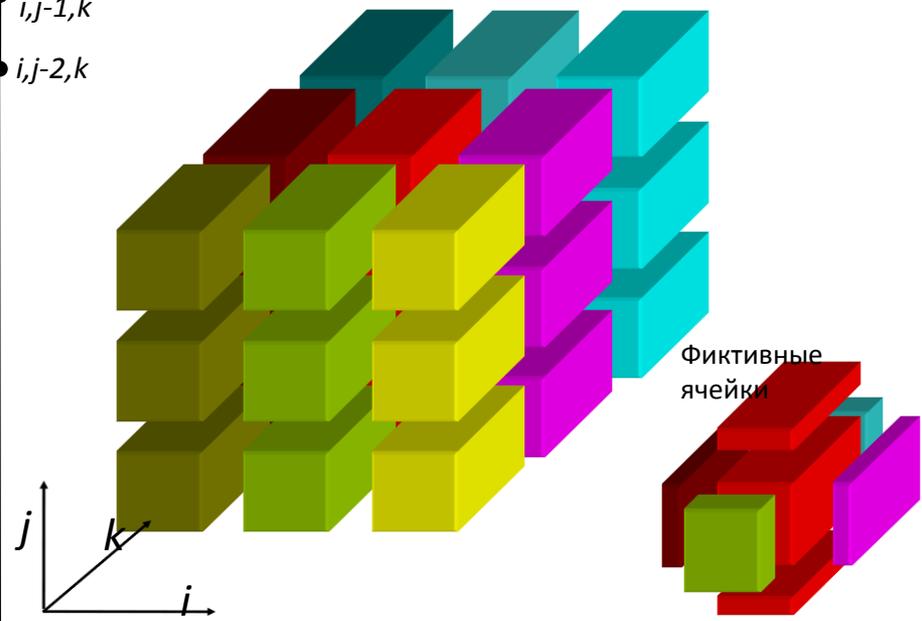
1D-декомпозиция
ленточная схема



2D-декомпозиция
разбиение *блочное*

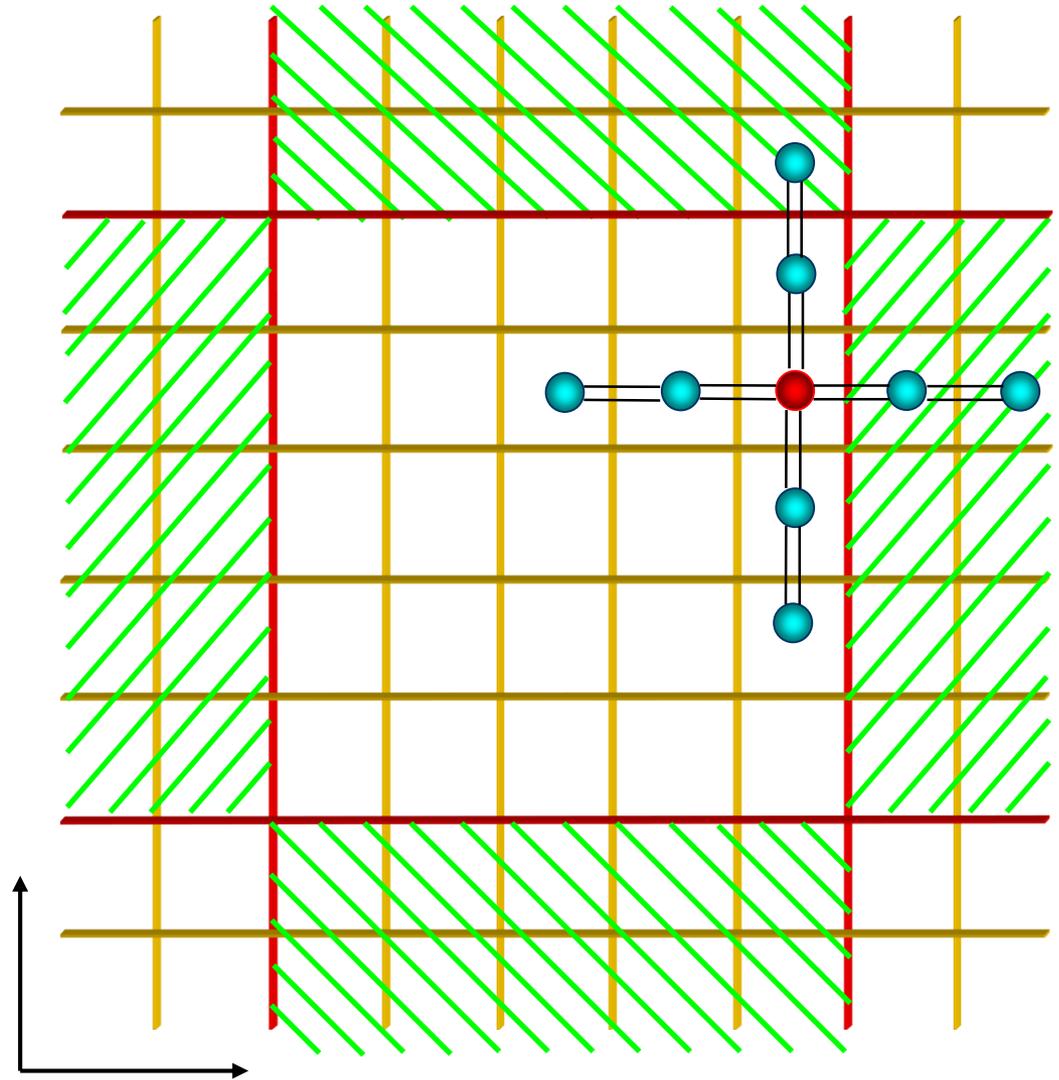


3D-декомпозиция



Планирование коммуникаций

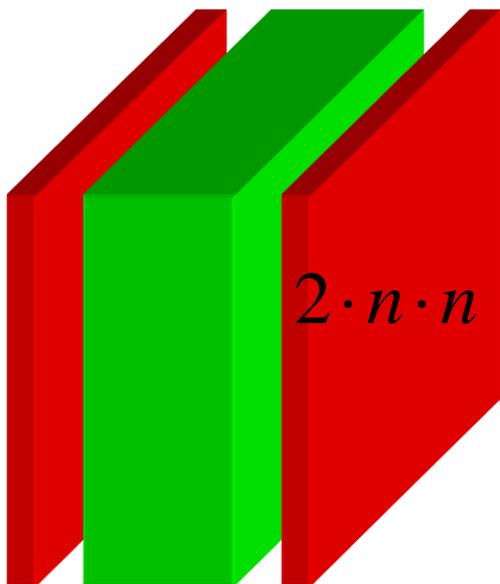
Данные распределены, следующий этап построения параллельной программы – это планирование коммуникаций. В силу используемого шаблона схемы, для вычисления очередного приближения в приграничных узлах подобласти необходимо знать значения с соседнего процессора.



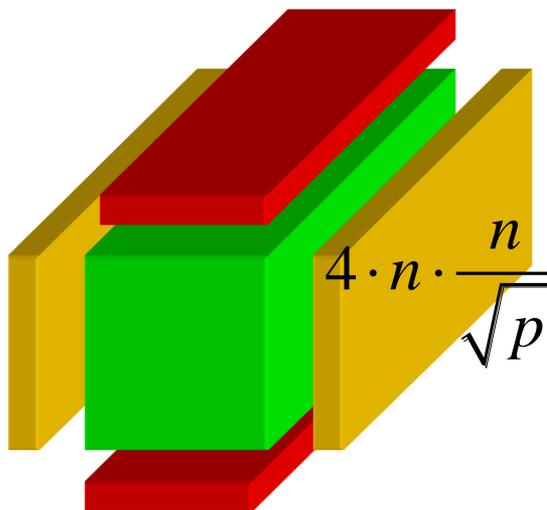
Теоретический анализ

$$T_p = \frac{T_{calc}}{p} + T_{com};$$

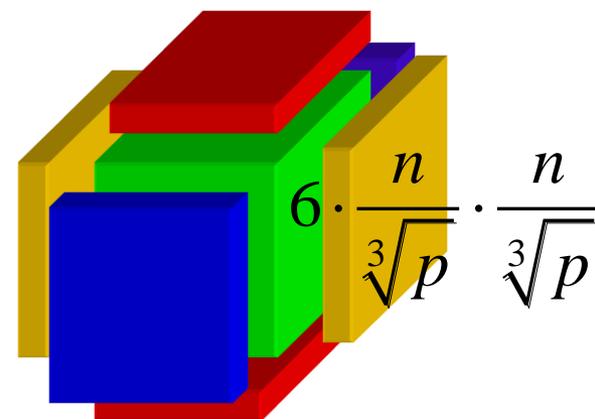
n^3 – размерность задачи, p – количество процессоров,
 t_{send} – время пересылки одного числа



$$T_{com}^{1D} = t_{send} \cdot n^2 \cdot 2;$$



$$T_{com}^{2D} = t_{send} \cdot n^2 \cdot \frac{4}{\sqrt{p}};$$



$$T_{com}^{3D} = t_{send} \cdot n^2 \cdot \frac{6}{\sqrt[3]{p^2}};$$

Число процессов	3	4	7	10	13	16	64
1d декомпозиция	2	2	2	2	2	2	2
2d декомпозиция	2.31	2.00	1.51	1.26	1.11	1.00	0.50
3d декомпозиция	2.88	2.38	1.64	1.29	1.09	0.94	0.38

Сравнение итерационных методов решения СЛАУ

Сравнение различных методов решения системы линейных алгебраических уравнений осуществлялось на примере численного решения уравнения эллиптического типа в единичном кубе:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(D(x, y, z) \frac{\partial P}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(D(x, y, z) \frac{\partial P}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(D(x, y, z) \frac{\partial P}{\partial z} \right) = f;$$

с граничными условиями Дирихле на границе $x=1$ и условиями Неймана на остальных границах

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial P}{\partial y} \right|_{y=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial P}{\partial z} \right|_{z=0} = 0;$$

$$P|_{x=1} = 0; \quad \left. \frac{\partial P}{\partial y} \right|_{y=1} = 0; \quad \left. \frac{\partial P}{\partial z} \right|_{z=1} = 0;$$

$$D = 1000 \text{ если } 0,1 < x, y, z < 0,9 \text{ иначе } D = 1 \quad f = 1$$

Сравнение итерационных методов решения СЛАУ

(сетка 120x120x120, точность 10^{-5} , время в секундах)

Число процессоров	1	9	25	64	144	225
Метод Зейделя	51756	15153	6054	2134	633	630
Метод Булеева	60000	12393	5251	2539	1686	1567
Метод CG	483	136	41	12	3,9	3,6
Метод CG с пред-ем методом Зейделя	212	59	21	5,3	1,74	1,35
Метод BiCGStab с предобуславливанием методом Булеева	152	47	20	-	-	-
Метод BiCGStab с предобуславливанием методом Зейделя	125	41	14,4	3,5	1,38	1,3

Верификация LES-модели

Турбулентное течение в канале

Скорость на входе

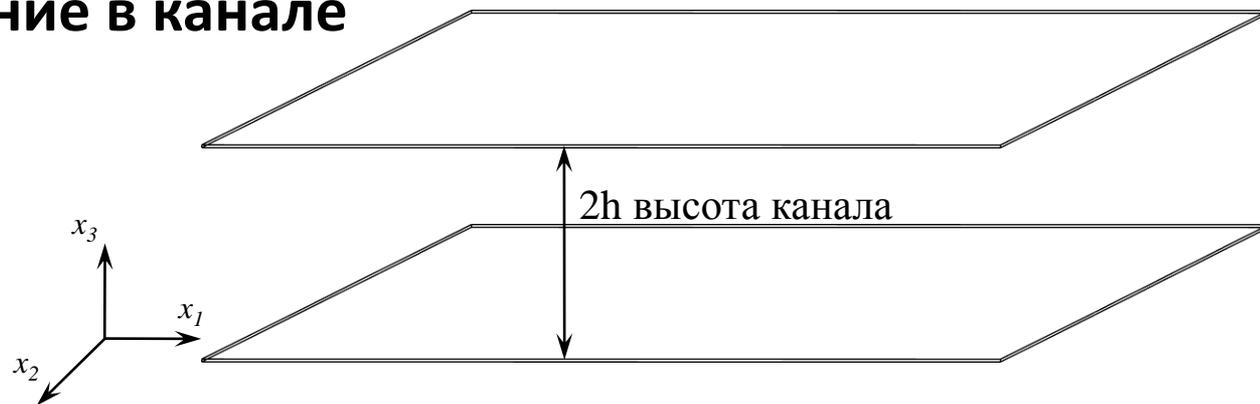
$$U_{in} = 0,65 \text{ m/s}$$

Параметры канала

$$4\pi h \times 2\pi h \times 2h$$

Используемая сетка

$$96 \times 80 \times 64$$



Использовались:

- условия периодичности в направлении потока,
- условия скольжения на боковых стенках,
- условия прилипания на верхней и нижней образующих канала.

Начальное распределение скорости используемое в работах Moin P, Kim J.

$$u_1(x_1, x_2, x_3)/U_{in} = C \left(1 - (x_3/h)^8\right) + \varepsilon 2\pi \sin(\pi x_3/h) \cos(x_1/h) \sin(x_2/h);$$

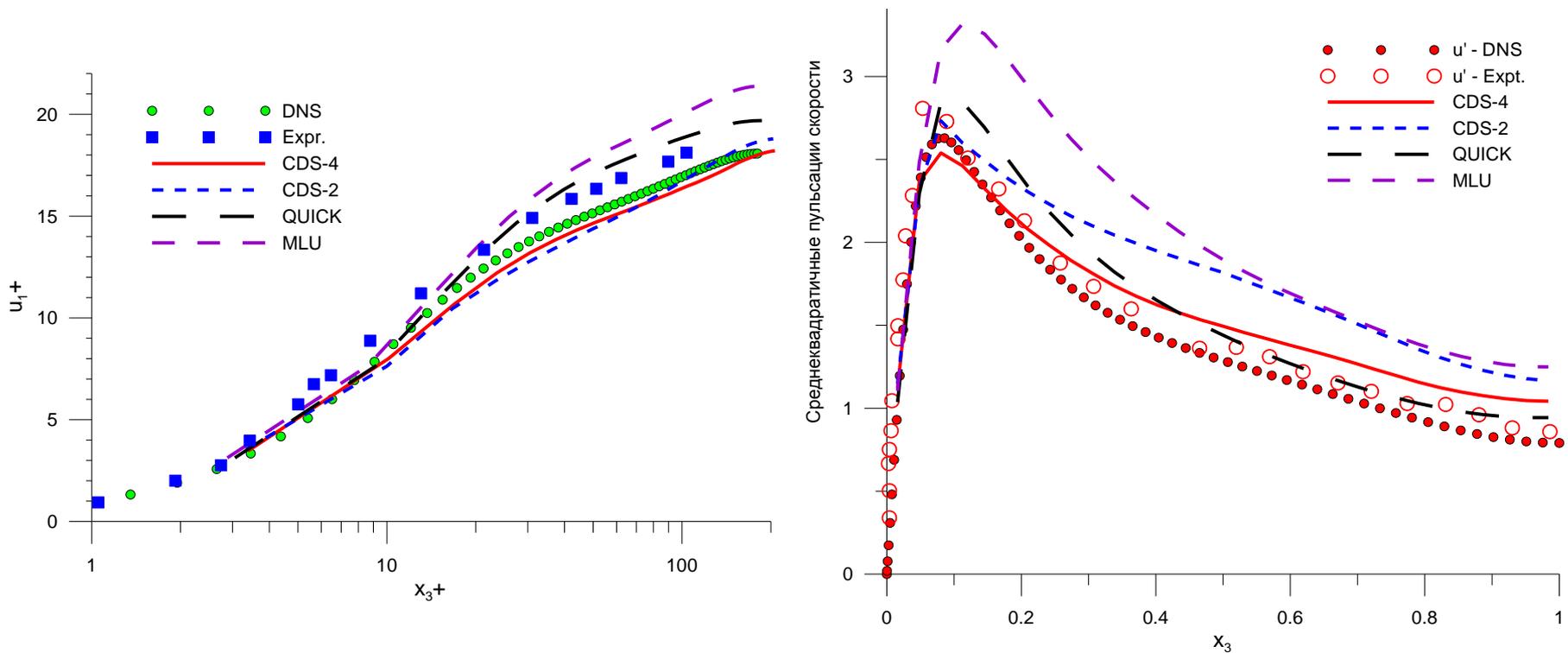
$$u_2(x_1, x_2, x_3)/U_{in} = -\varepsilon \pi \sin(x_1/h) \sin(\pi x_3/h) \cos(x_2/h);$$

$$u_3(x_1, x_2, x_3)/U_{in} = -\varepsilon \left(1 + \cos(\pi x_3/h)\right) \sin(x_1/h) \sin(x_2/h);$$

$$C = 7.764 \text{Re}_\tau^{1/7}$$

$$\varepsilon = 0.1C$$

Турбулентное течение в канале



Данные прямого численного моделирования Kim J., Moin P.

Экспериментальные данные Niederschulte M.A.

Верификация LES-модели

Обтекание цилиндра квадратного сечения

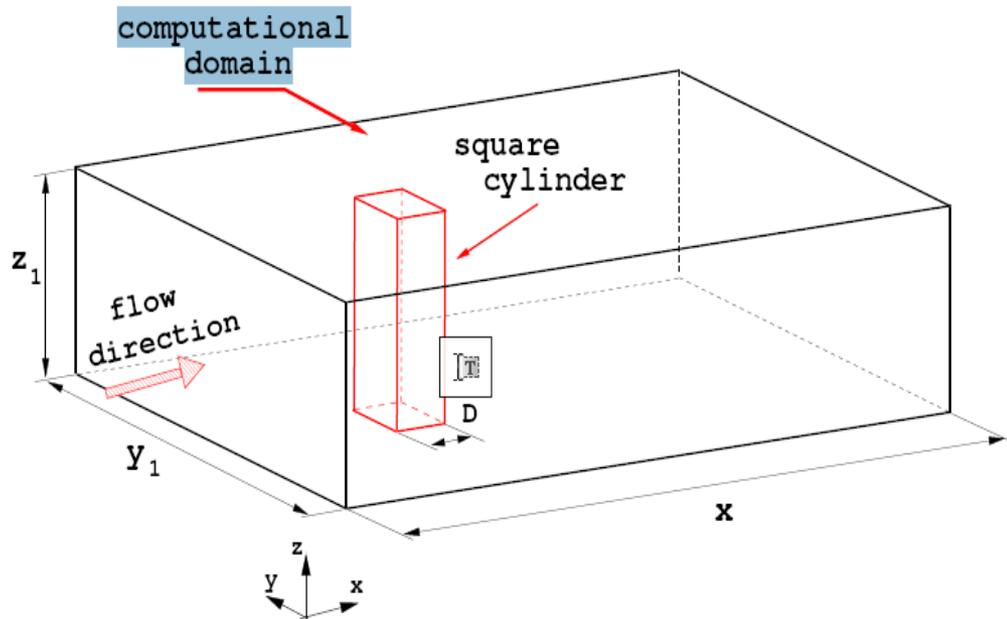
Используемая сетка

132x126x42

Число Рейнольдса

$$Re = U_{in} D / \mu = 22000$$

$$D = 0.04 \text{ m} \quad \text{- длина стороны квадрата}$$



Выбор области течения и значения числа Рейнольдса соответствуют эксперименту Lyn D., Rodi W.

Граничные условия:

На входе

На выходе

На твердых границах ставятся условия прилипания, на гранях цилиндра температура

$$T = 283$$

$$u(0, y, z) = u_{in} = 0.55 \text{ m/s};$$

$$v(0, y, z) = 0;$$

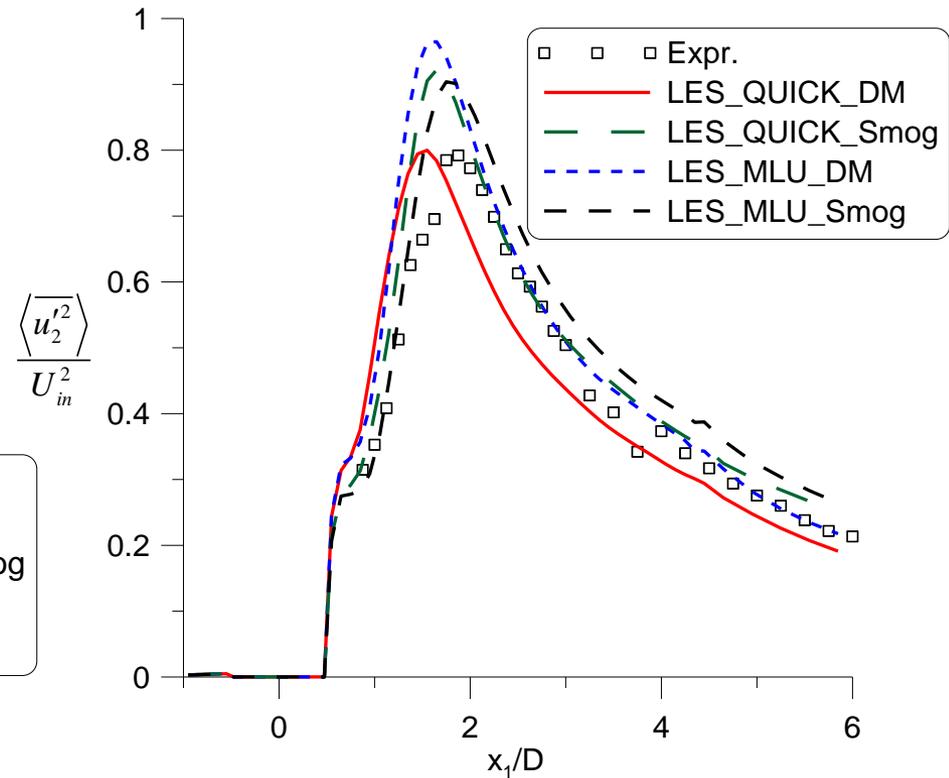
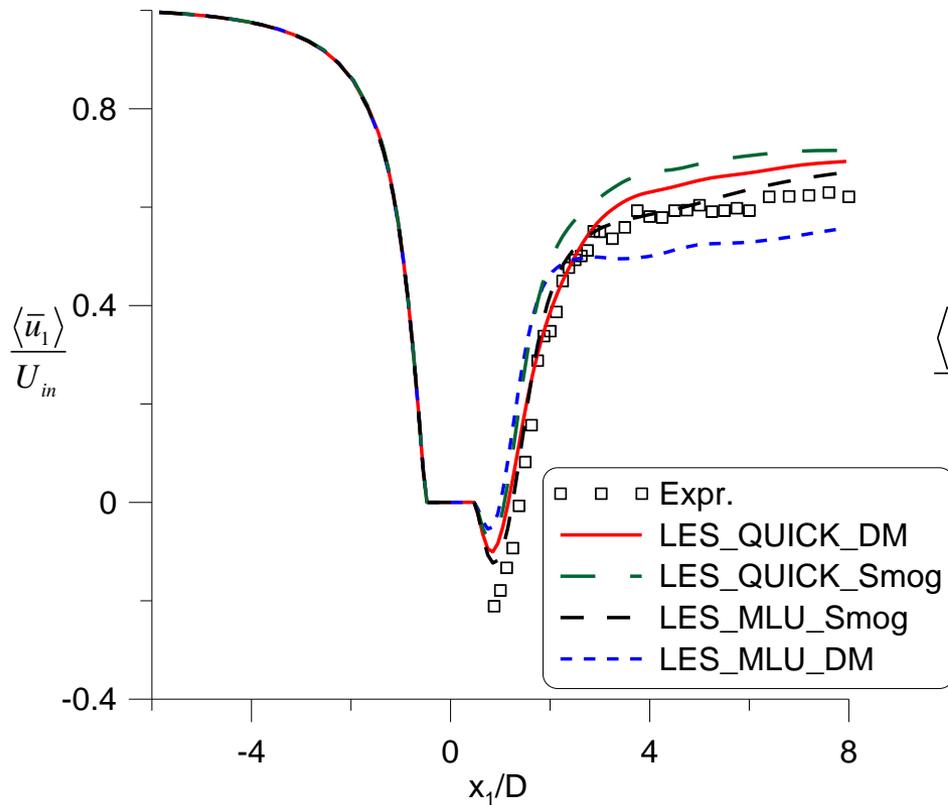
$$w(0, y, z) = 0;$$

$$T(0, y, z) = 273;$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{(L_x, y, z)} = 0;$$

$$\left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{(L_x, y, z)} = 0; \quad \left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_{(L_x, y, z)} = 0;$$

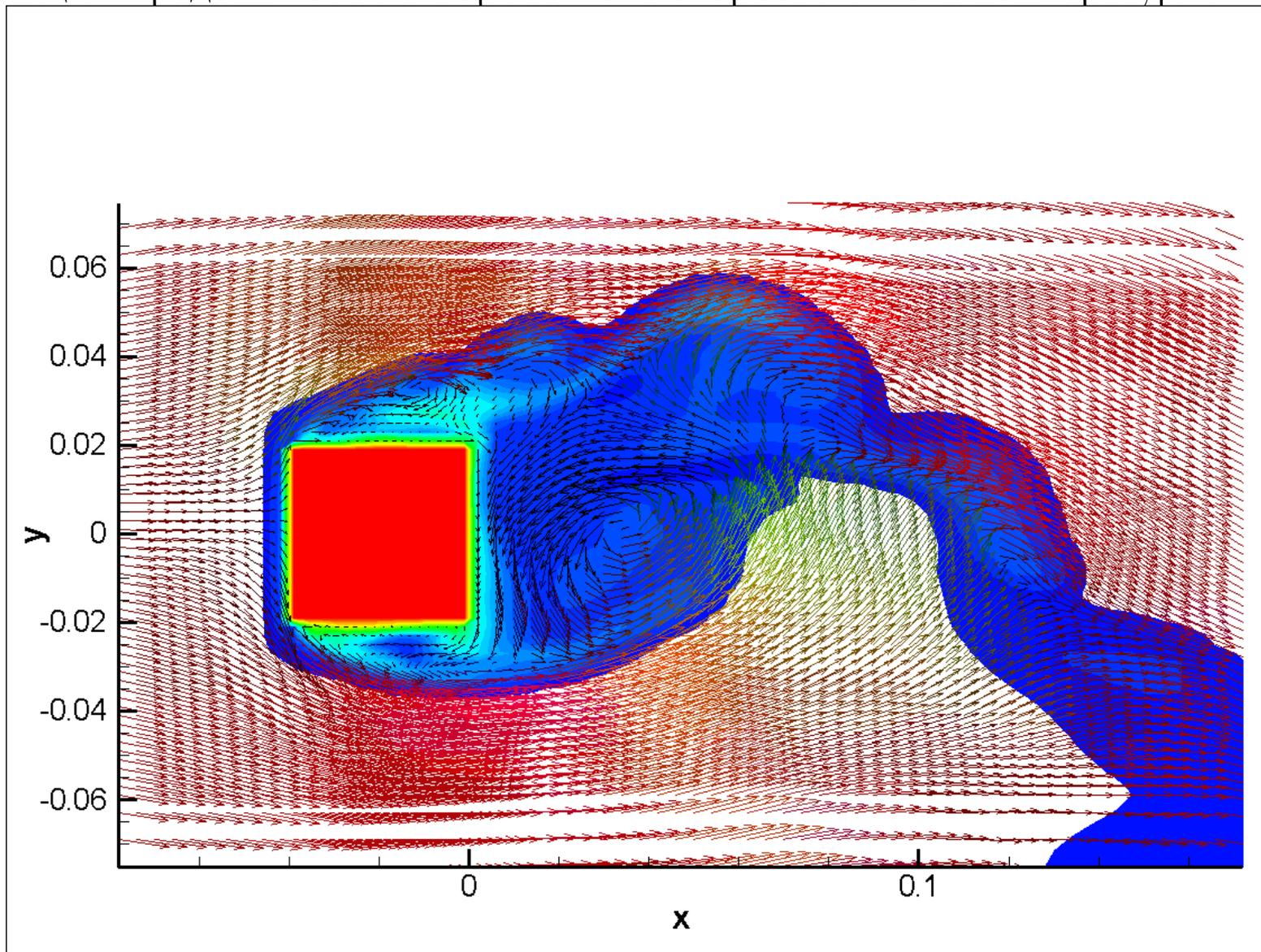
Обтекание цилиндра квадратного сечения



Экспериментальные данные Lyn D., Rodi W.

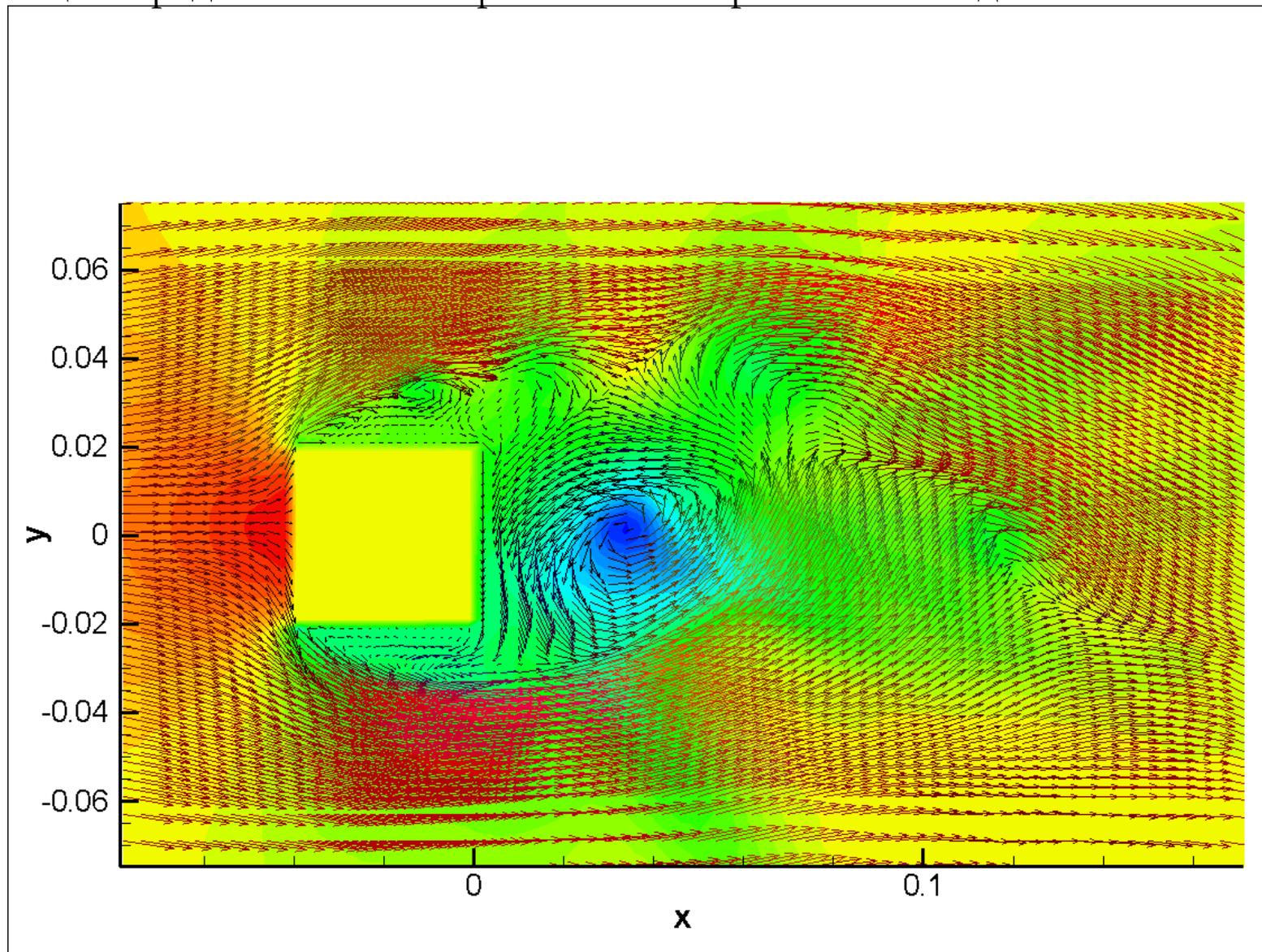
Обтекание цилиндра квадратного сечения

На анимации представлено векторное поле скорости и поле температуры.

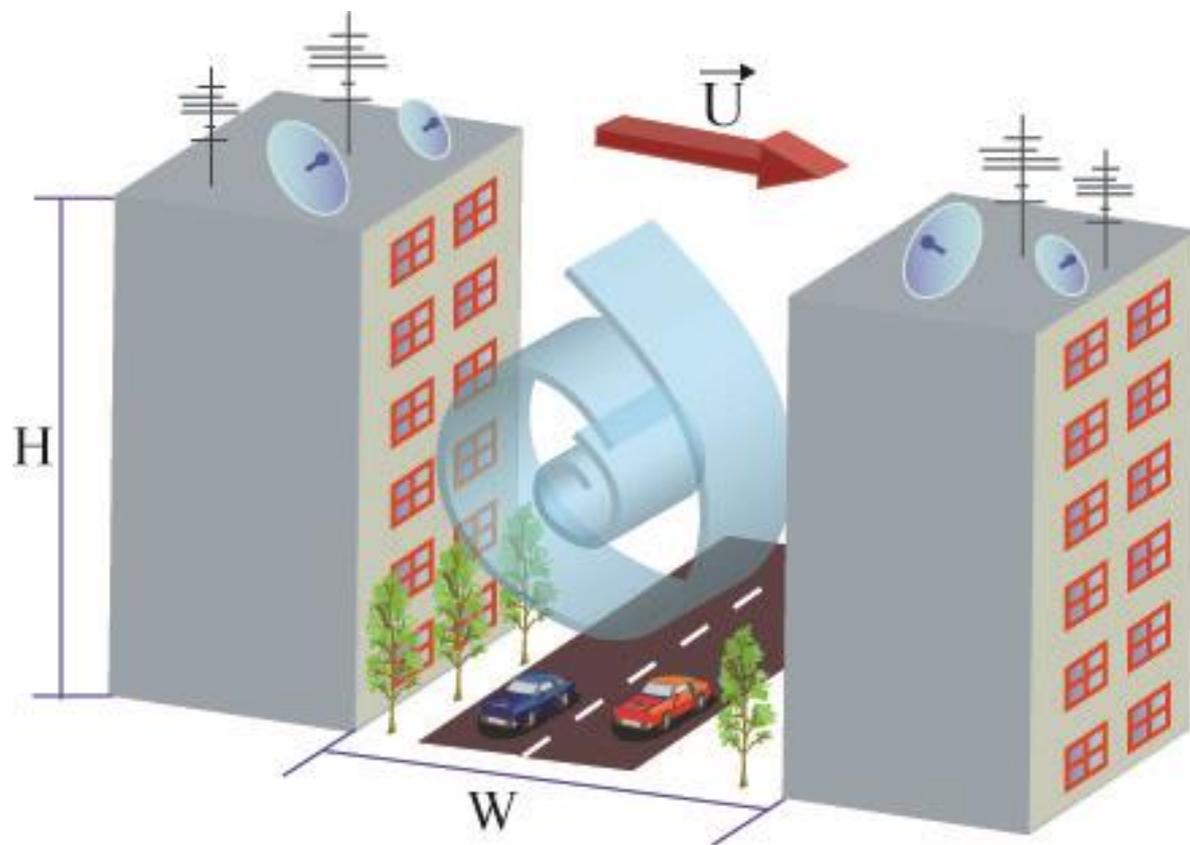


Обтекание цилиндра квадратного сечения

На анимации представлено векторное поле скорости и поле давления.

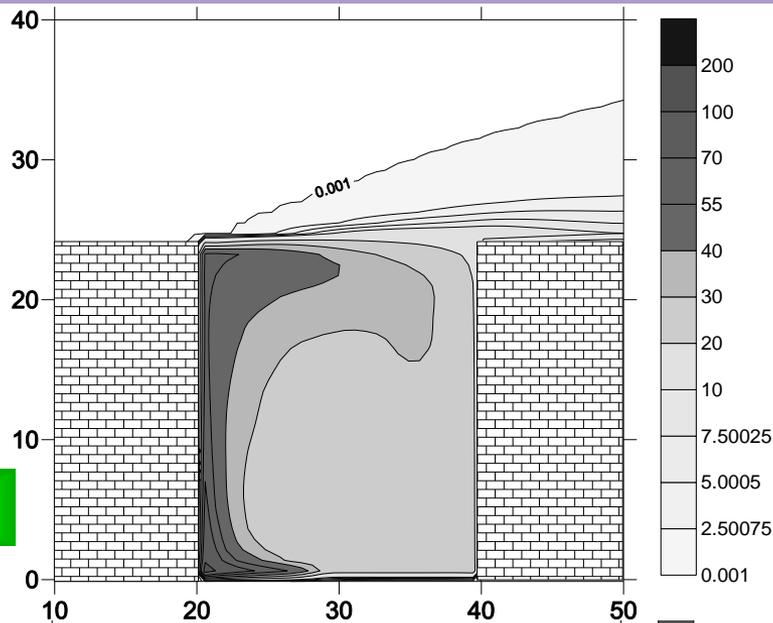


Исследование движения воздуха и переноса примеси в уличном каньоне



Сетка 182x54x180

Исследование движения воздуха и переноса примеси в уличном каньоне



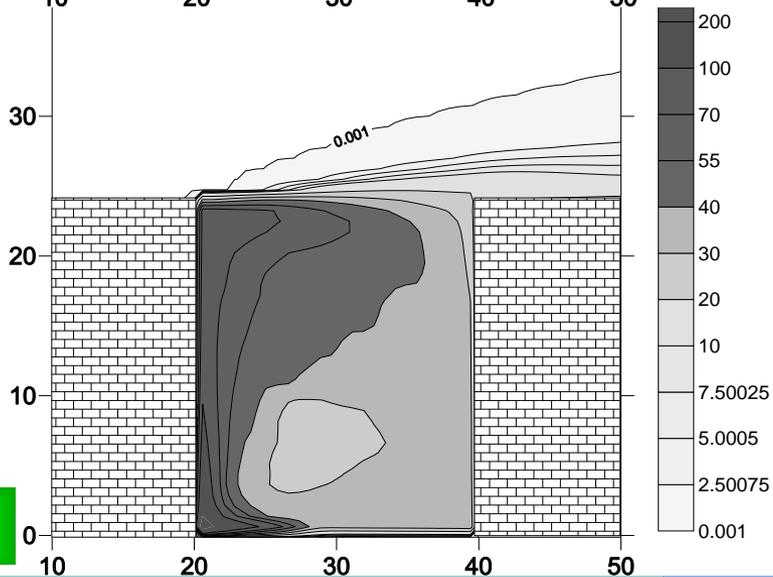
Скорость ветра:

1. $U_{in} = 5$ м/с;

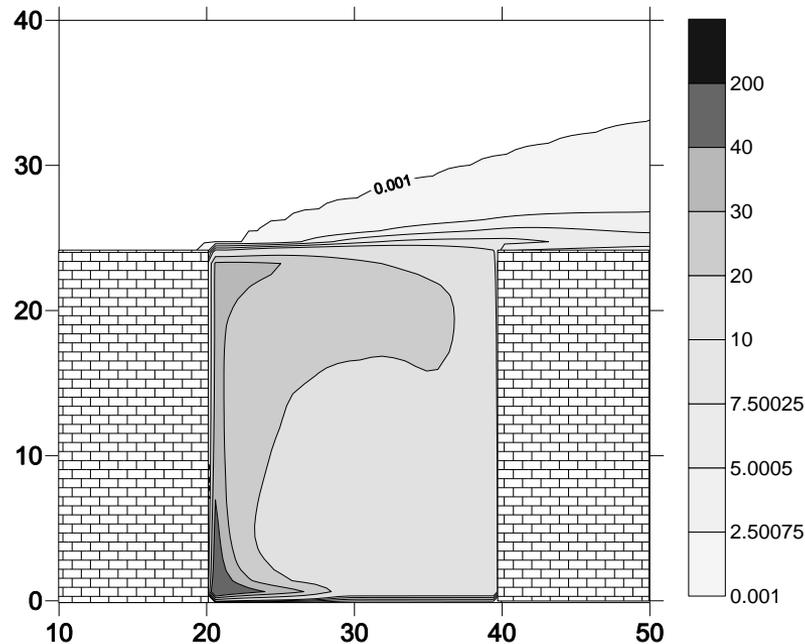
2. $U_{in} = 2.5$ м/с;

3. $U_{in} = 10$ м/с;

($W = 20$ м; $H = 24$ м; $x = 30$ м, $z = 0,125$ м;)

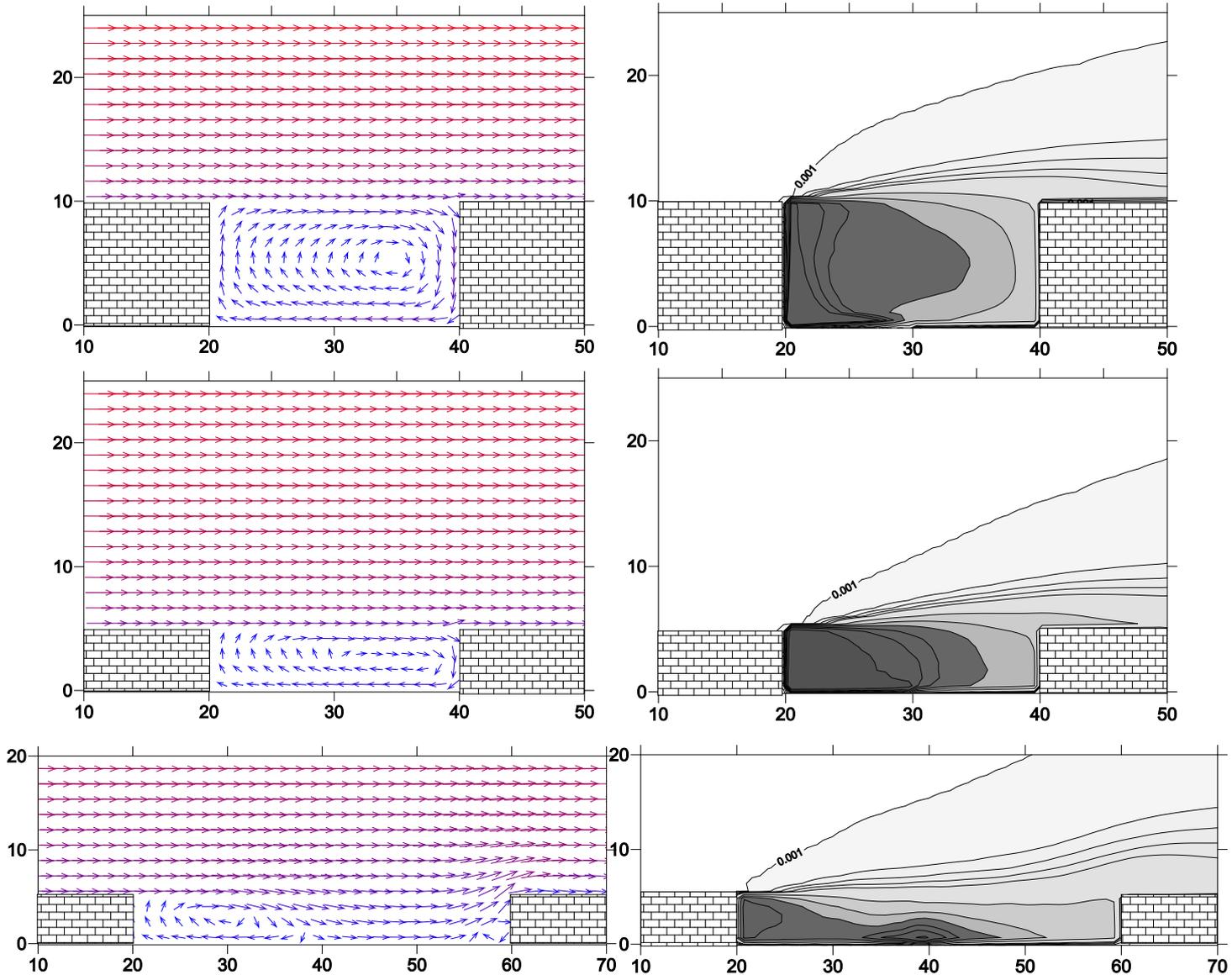


(3)



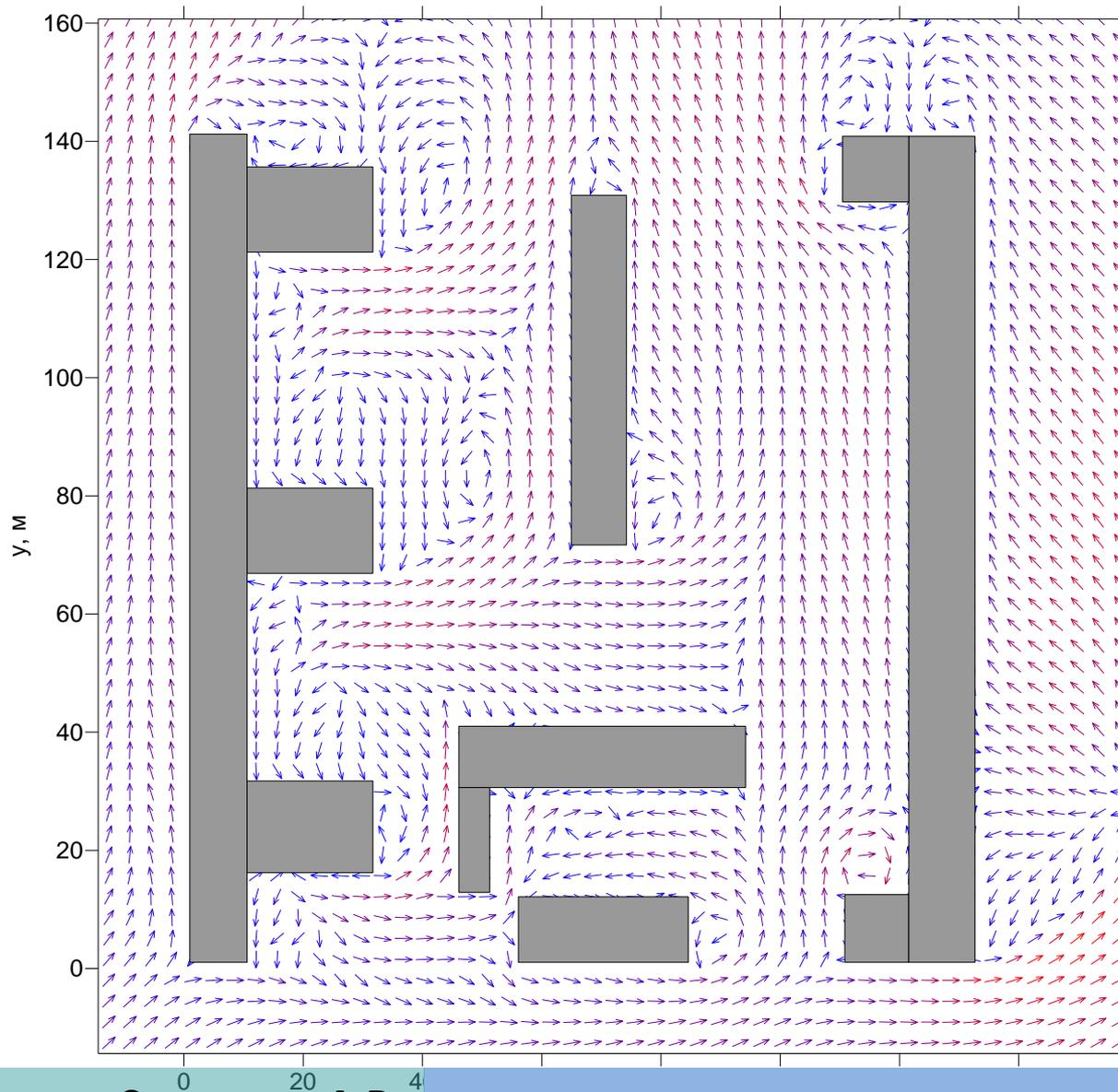
Изучение влияния скорости ветра
основного потока на концентрации
примеси вредных веществ в уличном
каньоне.

Исследование движения воздуха и переноса примеси в уличном каньоне

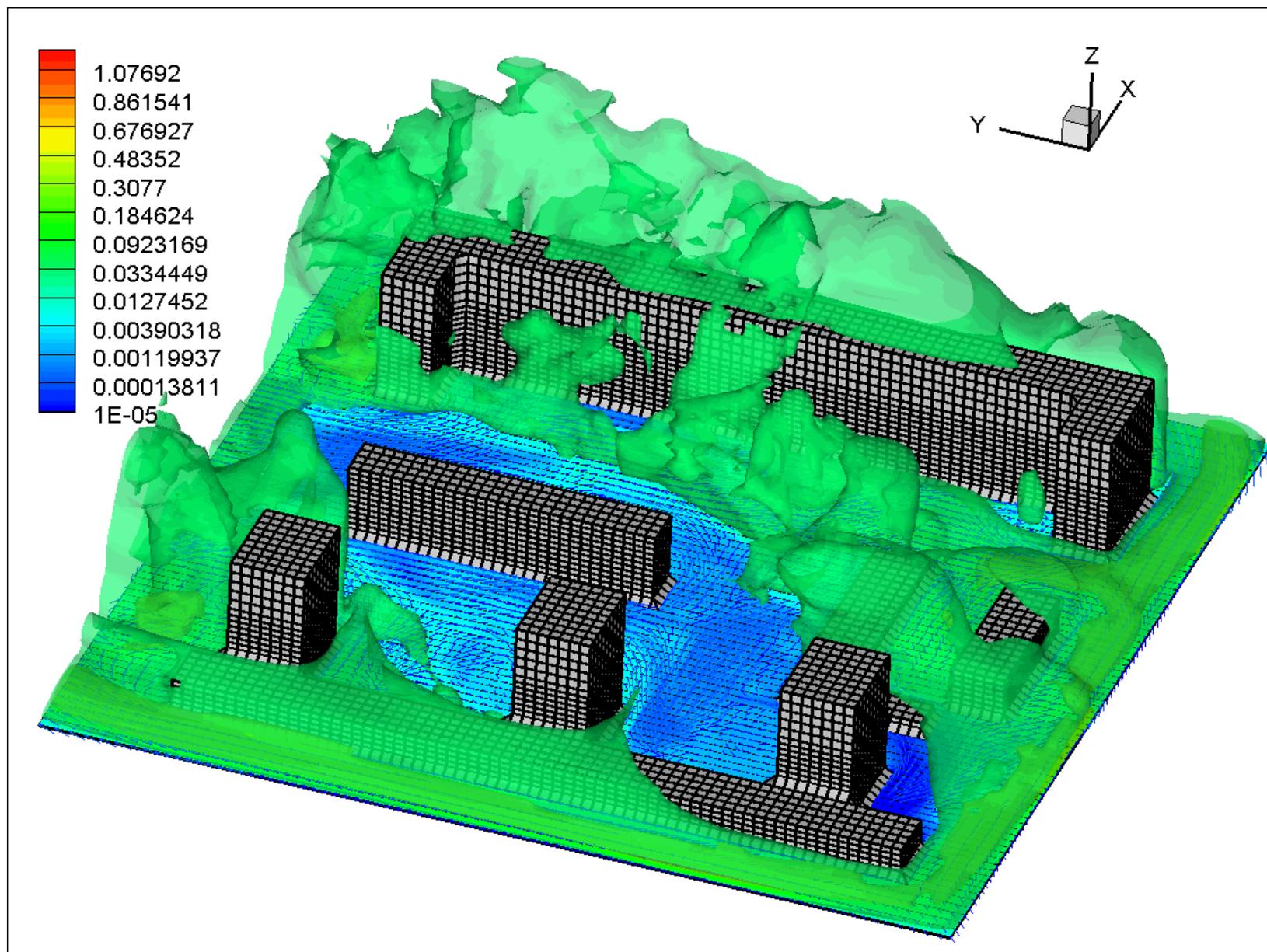


Исследование для реального участка городской застройки

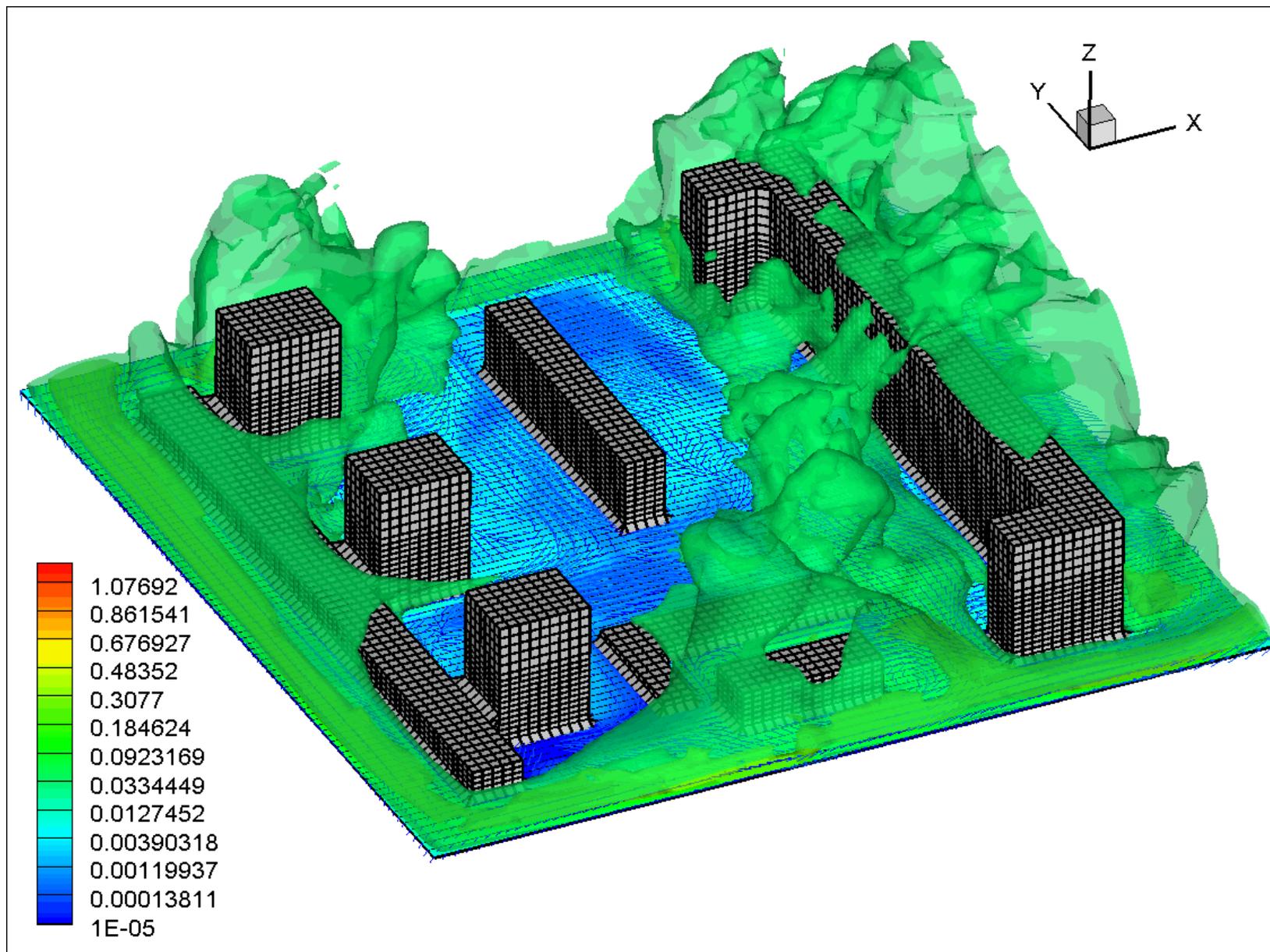
Векторное поле осредненной по времени скорости на высоте 1.5 м



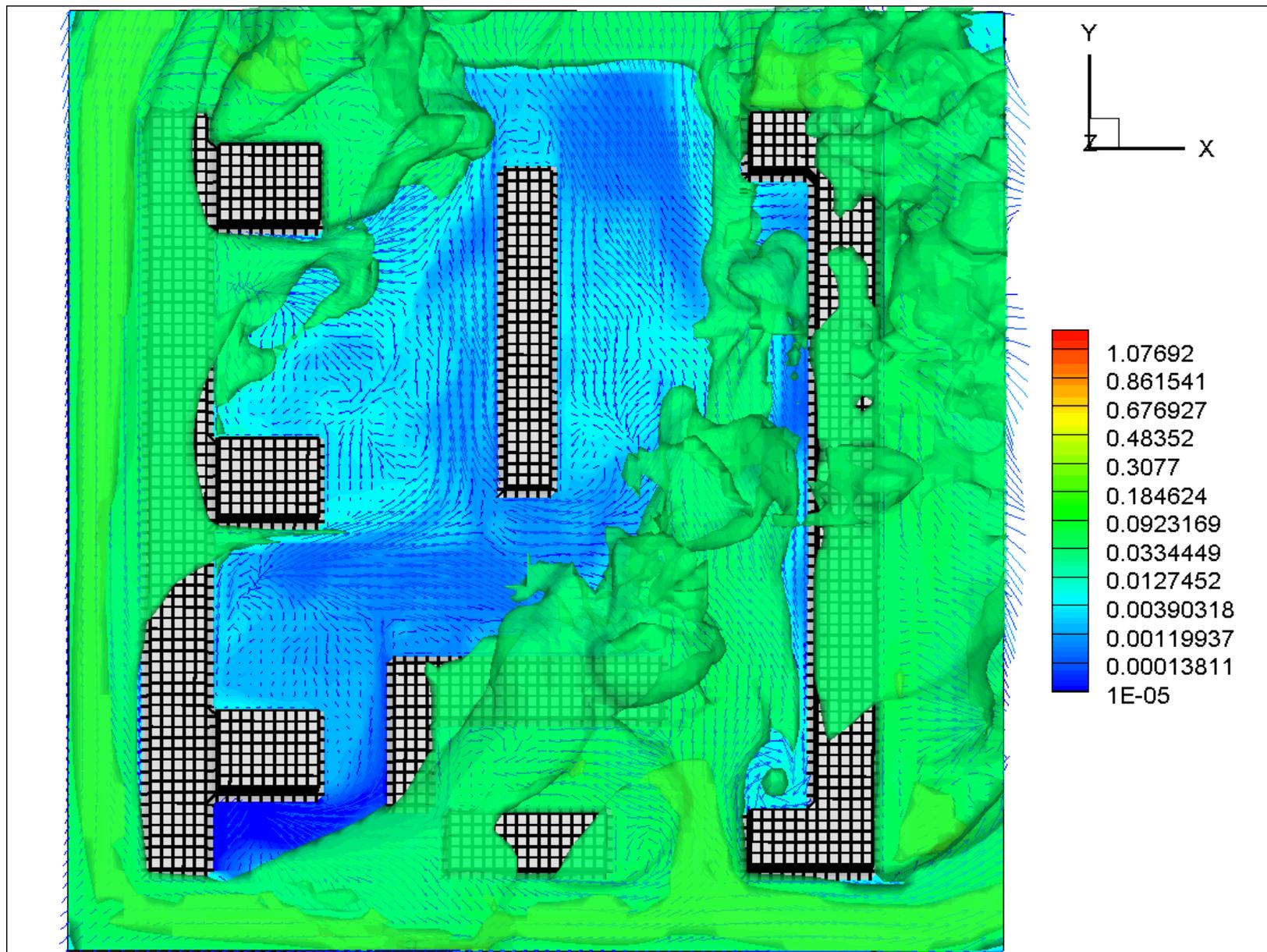
Исследование для реального участка городской застройки



Исследование для реального участка городской застройки



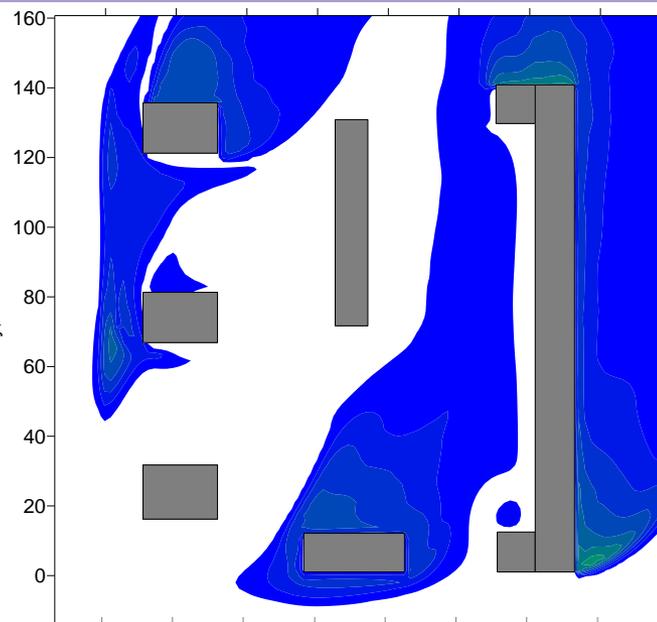
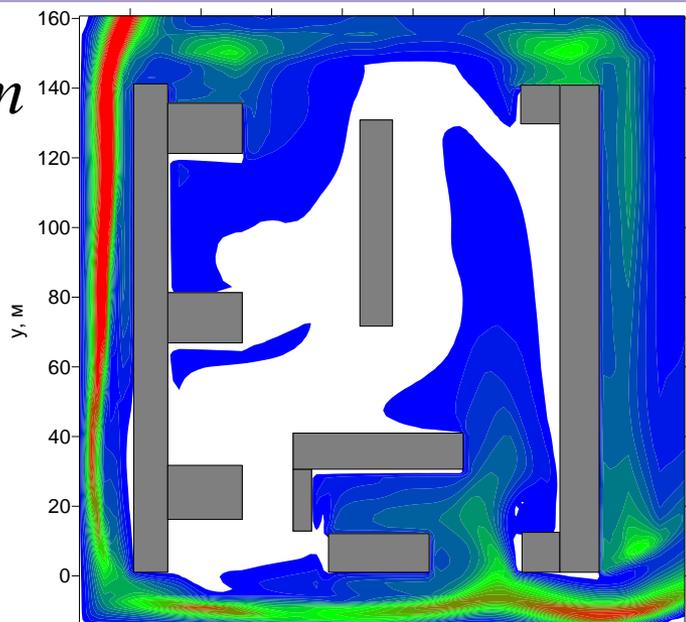
Исследование для реального участка городской застройки



Исследование для реального участка городской застройки

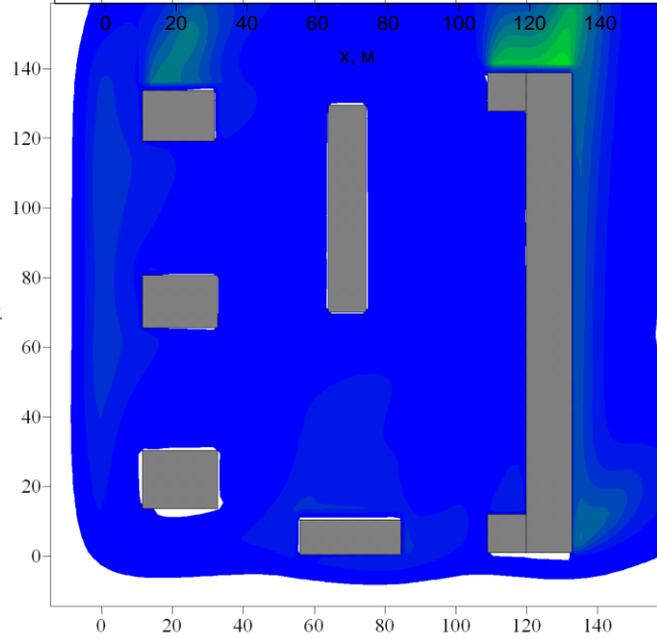
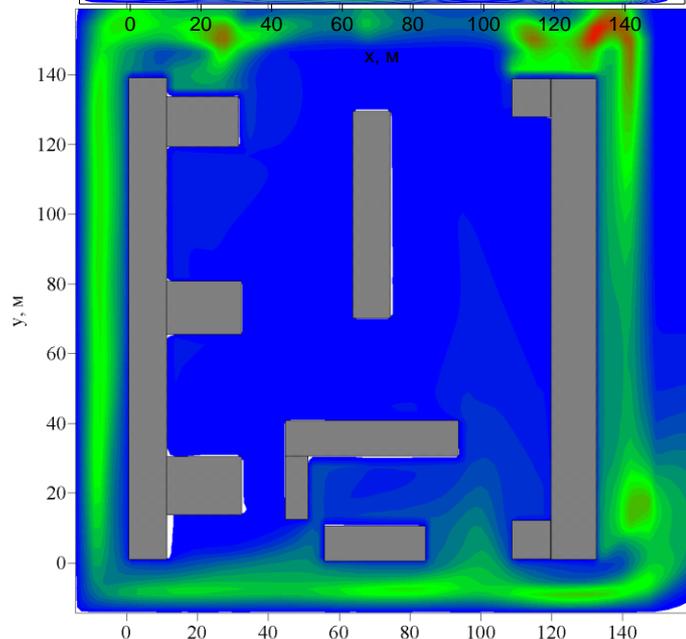
$h = 1.5m$

LES



$h = 9m$

RANS



Выводы:

Для исследования аэродинамики и переноса примеси в уличных каньонах разработана нестационарная пространственная модель, опирающаяся на использование вихреразрешающего моделирования турбулентности.

На основе вычислительных экспериментов, проведенных на многопроцессорной вычислительной системе с распределенной памятью для рассматриваемых в работе задач, показано, что необходимая для получения результатов за приемлемое время параллельная реализация вихреразрешающей модели турбулентности должна использовать двумерную геометрическую декомпозицию сеточной области исследования, а также параллельный алгоритм сопряженных градиентов в сочетании с предобуславливанием по методу Зейделя с красно-черным упорядочиванием для решения разностного эллиптического уравнения для поправки давления.

На основе построенной математической модели турбулентного течения несжимаемой среды для трехмерной модели уличного каньона проведен ряд расчетов, результаты которых показывают, что максимальные концентрации примеси наблюдаются у подветренной стороны каньона и вблизи источников примеси. Кроме того показано, как расположение источника примеси на дне каньона и геометрические параметры исследуемой области влияют на картину течения и распределения примеси.

Предложенная микромасштабная математическая модель применена для расчета турбулентного течения и распространения примеси для реального участка городской застройки.

RANS - Модель

Математическая постановка задачи

Математическая модель включает в себя осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса, неразрывности, переноса примеси и теплообмена:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} &= 0, \\ \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} + g_i \frac{(\bar{T} - T_0)}{T_0}, i = 1, 2, 3, \\ \frac{\partial \bar{T} \bar{u}_j}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(a \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \overline{T' u'_j}}{\partial x_j}, \\ \frac{\partial \bar{C} \bar{u}_j}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(D \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \overline{C' u'_j}}{\partial x_j} + S.\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь, \bar{u}_i , u'_j – осредненные и пульсационные проекции вектора скорости на оси координат; \bar{p} – давление; ρ – плотность; ν – кинематическая вязкость воздуха; \bar{T} – осредненная температура; \bar{C} – осредненное значение концентрации примеси; S – функция, описывающая распределение точечных и линейных источников примеси; $\overline{u'_i u'_j}$ – тензор напряжений Рейнольдса; a , D – температуропроводность и коэффициент диффузии; $g_i(0,0,g)$ – компоненты ускорения свободного падения. По повторяющемуся индексу j производится суммирование от 1 до 3.

Математическая постановка задачи

Замыкание описанной системы уравнений проводится с использованием градиентно-диффузионной гипотезы Буссинеска:

$$\begin{aligned} \overline{u'_i u'_j} &= -\nu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \\ \overline{T' u'_j} &= -\frac{\nu_T}{Pr_T} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j}, \quad \overline{C' u'_j} = -\frac{\nu_T}{Sc_T} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_j}. \end{aligned} \quad (2)$$

Для вычисления турбулентной вязкости используется двухпараметрическая « $k - \varepsilon$ » – модель турбулентности, учитывающая влияние сил плавучести

$$\begin{aligned} \frac{\partial k \bar{u}_j}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P + G - \varepsilon, \\ \frac{\partial \varepsilon \bar{u}_j}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{\varepsilon}{k} C_{\varepsilon 1} (P + C_{\varepsilon 3} G) - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}, \\ \nu_T &= C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad P = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}, \quad G = \beta g_j \frac{\nu_T}{Pr_T} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j}, \end{aligned} \quad (3)$$

где ν_T – турбулентная вязкость, k – кинетическая энергия турбулентности, ε – диссипация турбулентной кинетической энергии, β – коэффициент температурного расширения. Коэффициенты модели турбулентности $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.22$, $C_{\varepsilon 1} = 1.44$, $C_{\varepsilon 2} = 1.92$, $C_{\varepsilon 3} = \tanh(|u_3|/|u_1|)$, $C_\mu = 0.09$, $Sc_T = 0.5$, $Pr_T = 0.9$.

Граничные условия:

- для задания значений скорости, турбулентных параметров, трения и теплового потока вблизи твердой поверхности используется метод пристеночных функций Лаундера-Сполдинга.
- в модели не учитывается осаждение примеси на стенах, крышах и подстилающей поверхности, поэтому на границах производные от концентрации по нормали к поверхности задаются равными нулю.
- краевые условия на выходе потока из расчетной области и на открытой верхней границе – это равенство нулю производных по нормали.
- при задании граничных условий на входе используются равномерные профили скорости k , ε , \bar{T} , \bar{C} .

При расчете течений вокруг зданий использовался метод фиктивных областей, суть которого заключается в том, что значения векторных и скалярных величин в области преграды равны нулю и на границах фиктивных конечных объемах нет потоков диффузии.

Аппроксимация и численный метод решения

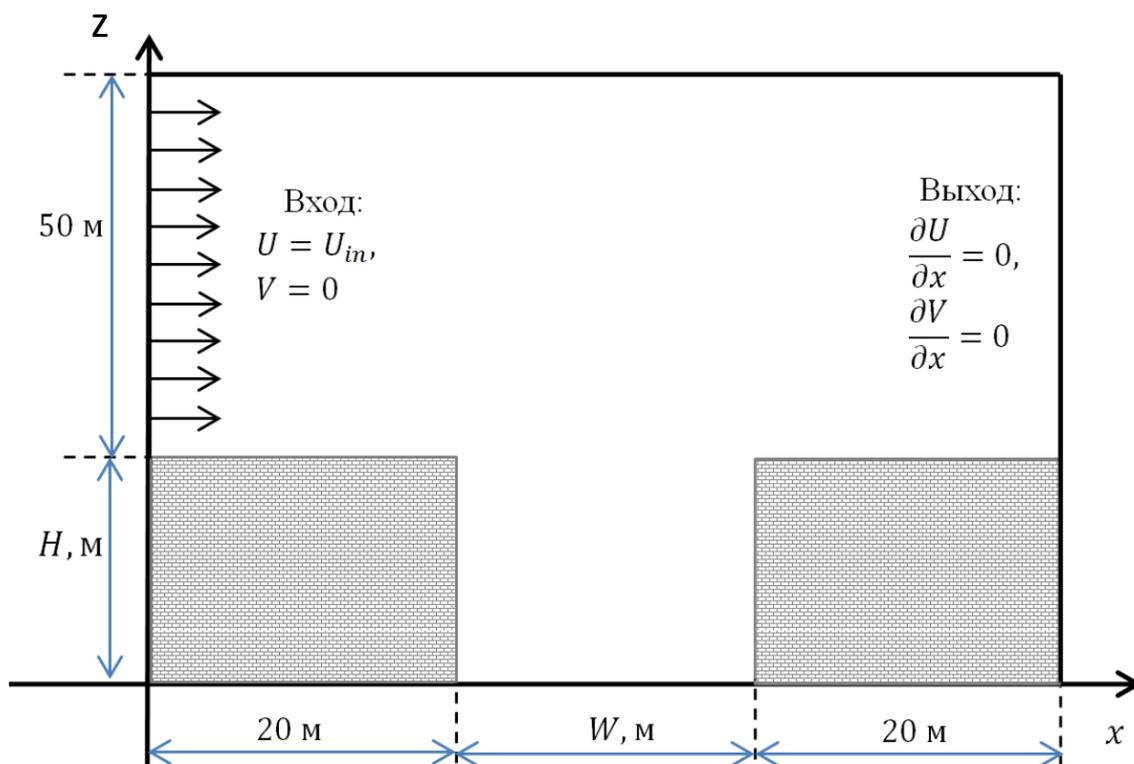
- ✓ Дискретизация дифференциальной задачи выполнена методом конечного объема на структурированной декартовой сетке (разнесенная сетка).
- ✓ Аппроксимация конвективных членов уравнения переноса выполняется с использованием противотоковой схемы MLU Ван Лира.
- ✓ Результатом дискретизации является неявная разностная схема 2-ого порядка аппроксимации по пространству и 1-ого по времени;

Для расчёта поля течения использовалась процедура SIMPLE Патанкара-Сполдинга:

- задание начальных приближений для всех зависимых переменных;
- решение уравнений изменения количества движения для определения предварительных значений скорости;
- решение уравнения Пуассона для поправки давления;
- коррекция поля давления;
- коррекция компонент скорости;
- решение дискретных аналогов для турбулентных характеристик и концентрации;
- принятие полученных значений зависимых переменных в качестве исходных и повторение операций, начиная со второй.

Верификация математической модели

Расчеты проводились на структурированной декартовой сетке $110 \times 62 \times 100$ по осям Ox , Oy и Oz соответственно. Выполнено сгущение сетки в приграничных узлах. Размер 5 приграничных ячеек в направлении по нормали к твердой границе задавался 0.1 м. Это сделано для попадания безразмерной величины y^+ в рекомендуемый диапазон от 30 до 300.



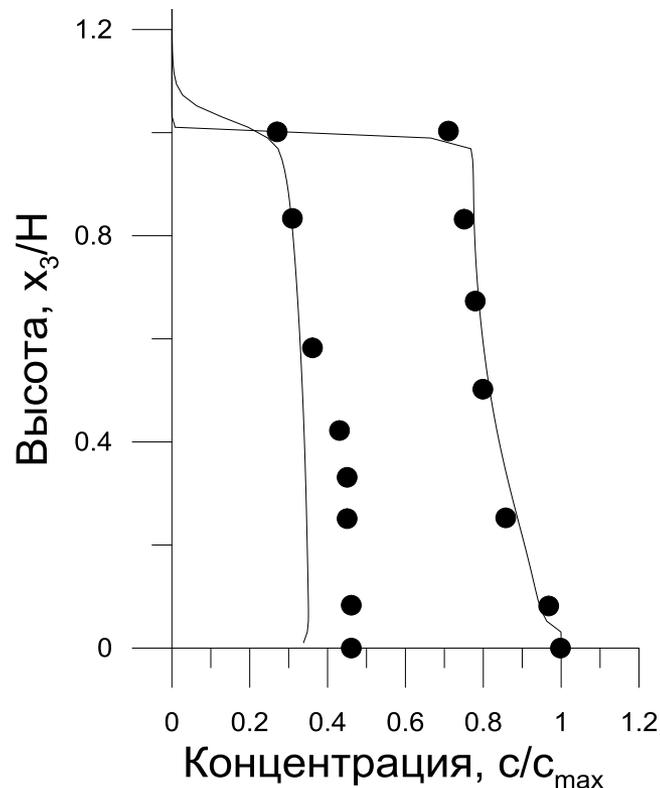
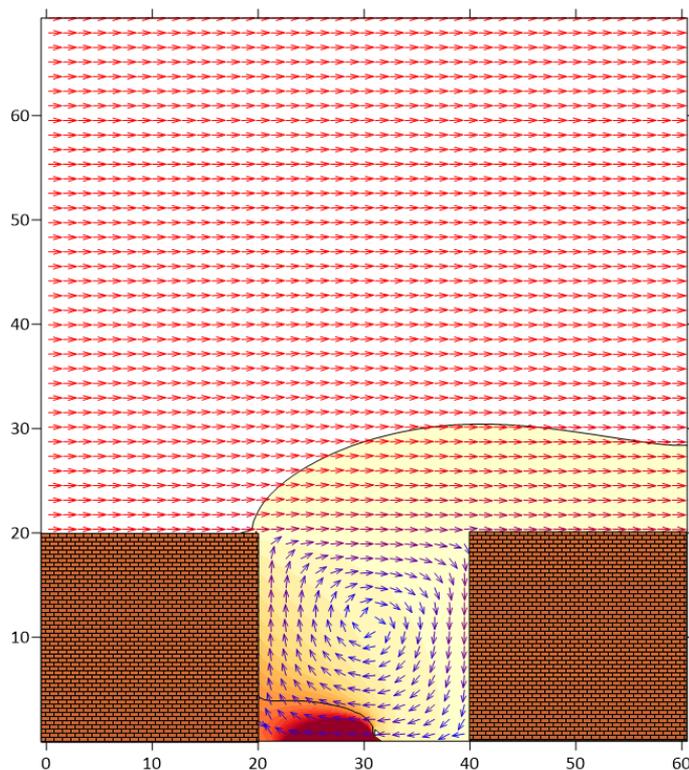
Граничные условия задавались следующим образом:

- на входной границе горизонтальная скорость $U_{in} = 1$ м/с;
- на выходной границе равенство нулю нормальных производных скорости;
- на верхней стенке условия скольжения.

Начальные условия:
продольная скорость равна скорости на входе (1 м/с), а вертикальная скорость и давление равны нулю.

Верификация математической модели

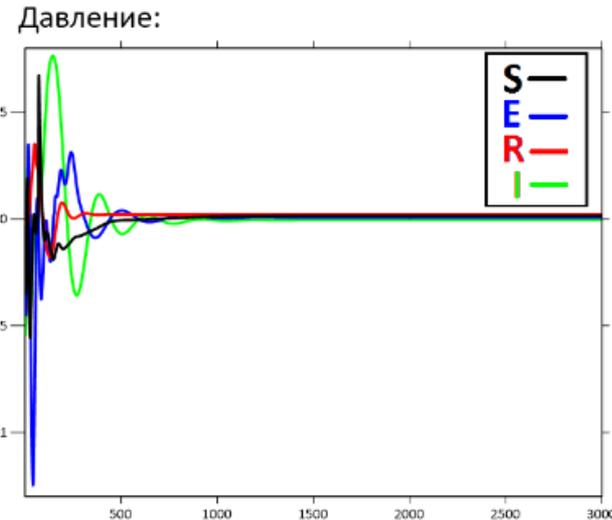
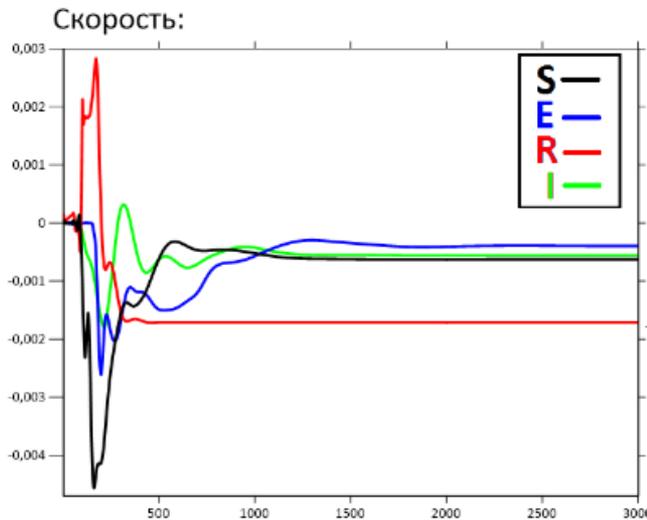
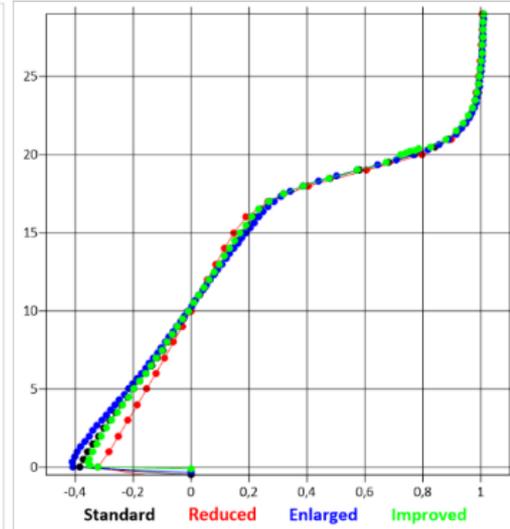
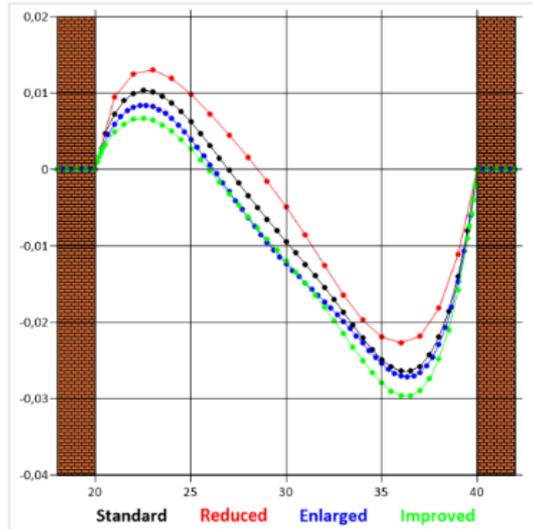
Верификации разработанной модели переноса выполнена на задачи моделирования переноса примеси в уличном каньоне, путем сравнения результатов моделирования с данными натуральных экспериментов [1]



[1] Hoydysh W.G., Dabberdt W.F. Kinematics and dispersion characteristics of flows in asymmetric street canyons // Atmospheric Environment. 1988. Vol. 22. P. 2677–2689.

Верификация математической модели

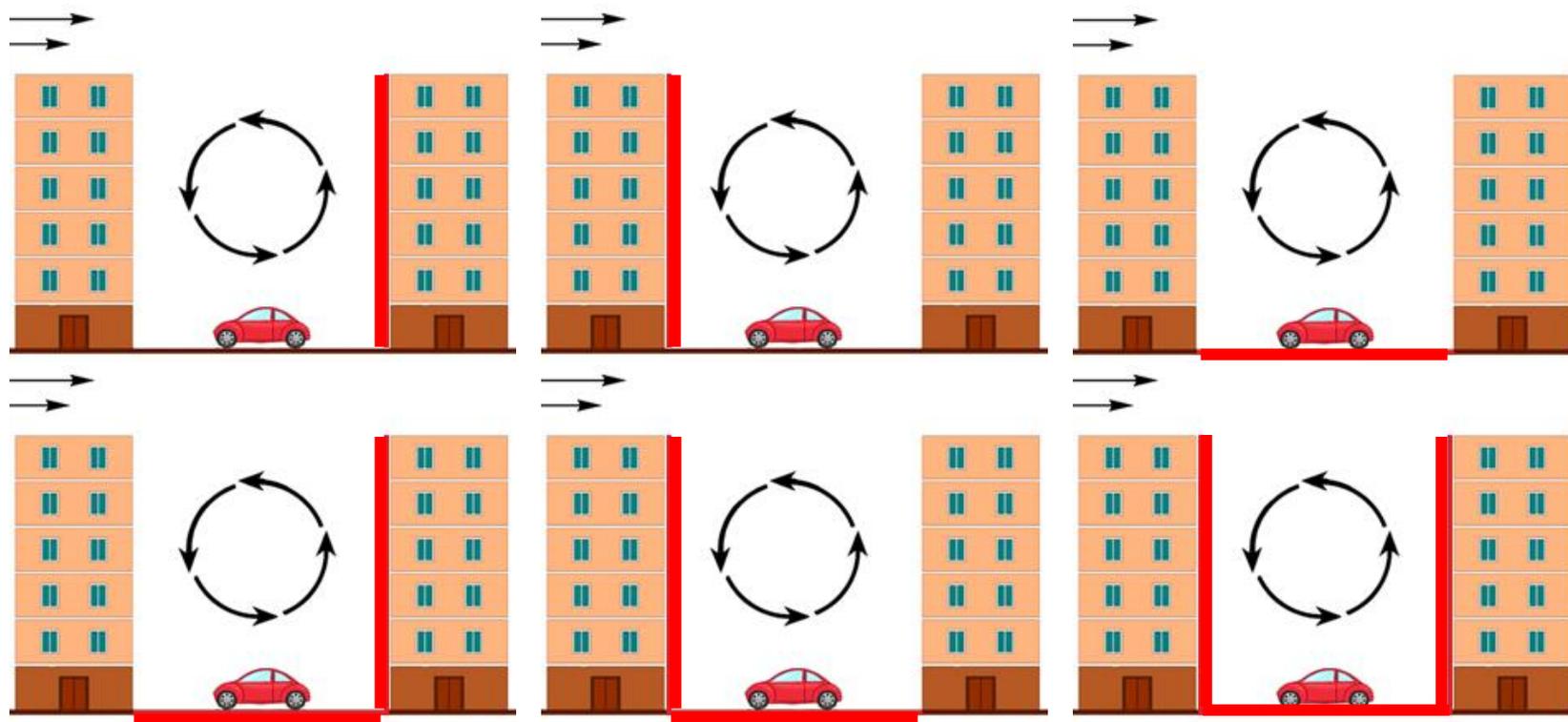
На примере модельной задачи показана сеточная сходимость, выбрано сеточное разрешение и оценено количество итераций метода для получения установившегося решения.



Влияние нагрева поверхностей в уличном каньоне

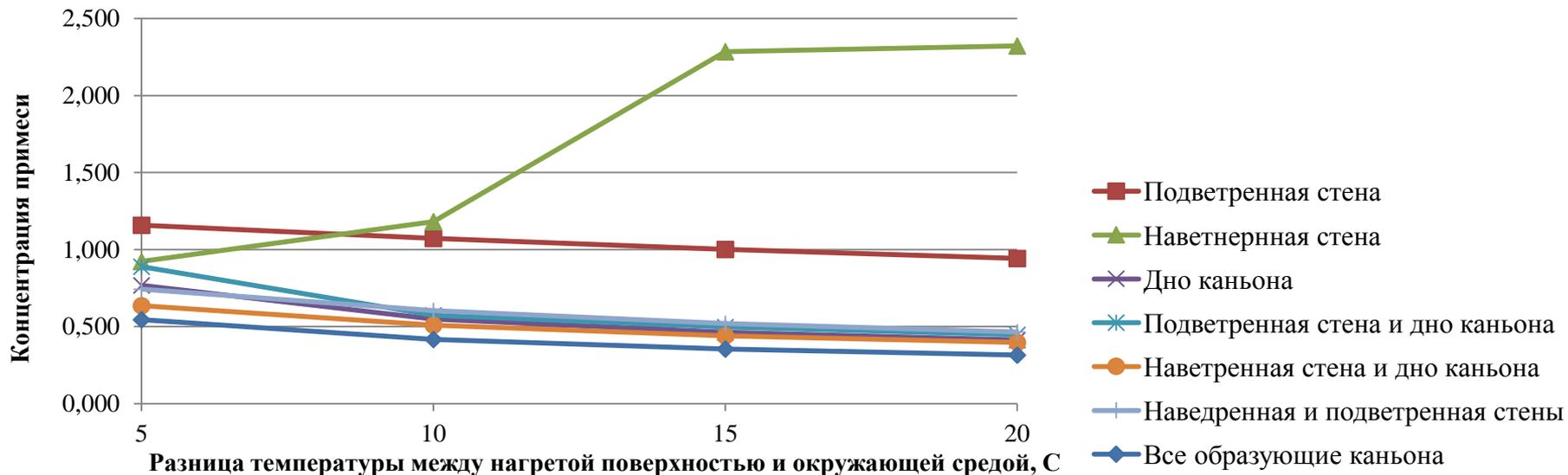
Проведен анализ влияния нагрева поверхностей образующих уличный каньон на максимальную и минимальную концентрации примеси в зоне дыхания (до 2 м от дна каньона) и в каньоне в целом.

Геометрические характеристики уличного каньона, высота (H) и ширина (W) 20 метров, глубина (L) 30 метров. Источник поступления примеси постоянной интенсивности располагался в центре уличного каньона вблизи поверхности.

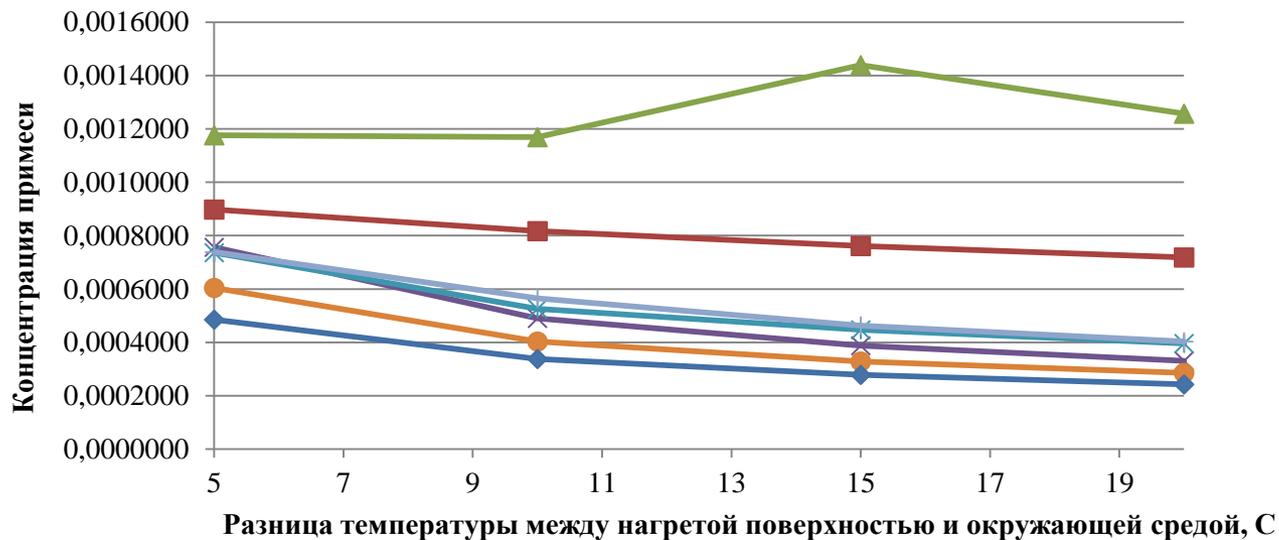


Влияние нагрева поверхностей в уличном каньоне

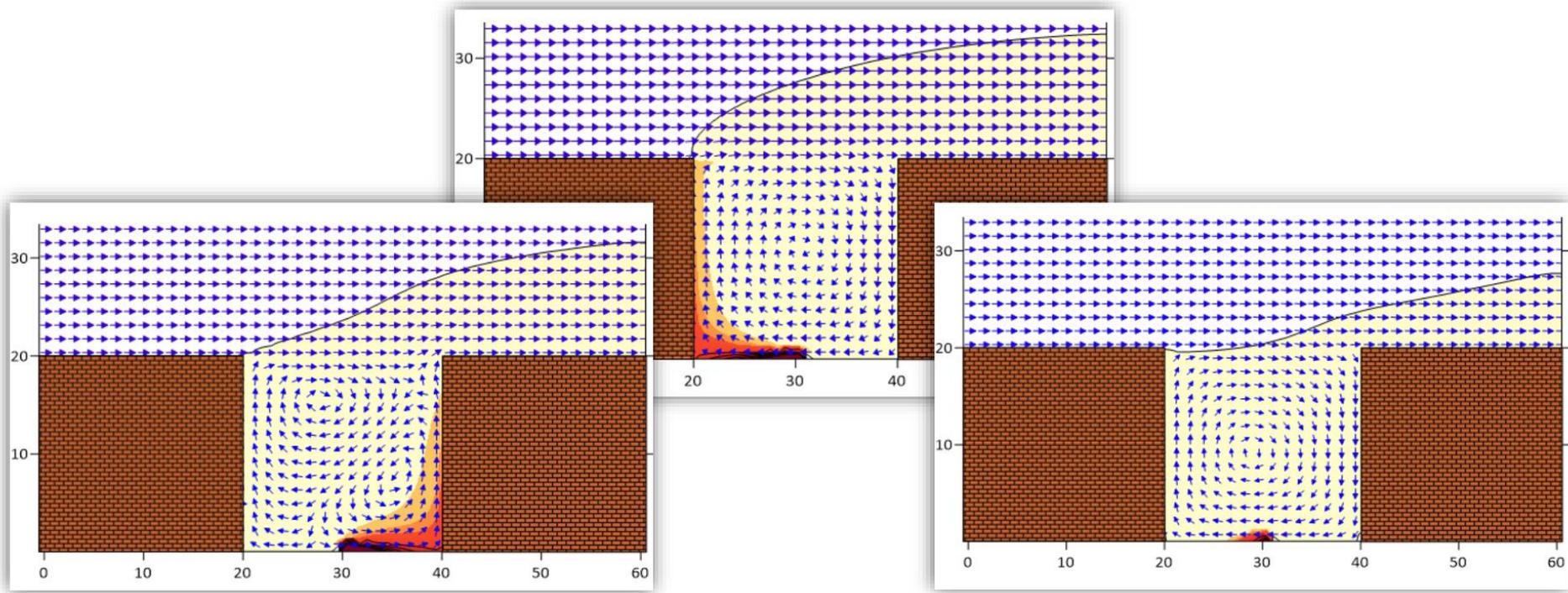
Максимальная концентрация в каньоне



Средняя концентрация в зоне дыхания



Влияние нагрева поверхностей в уличном каньоне



Выводы:

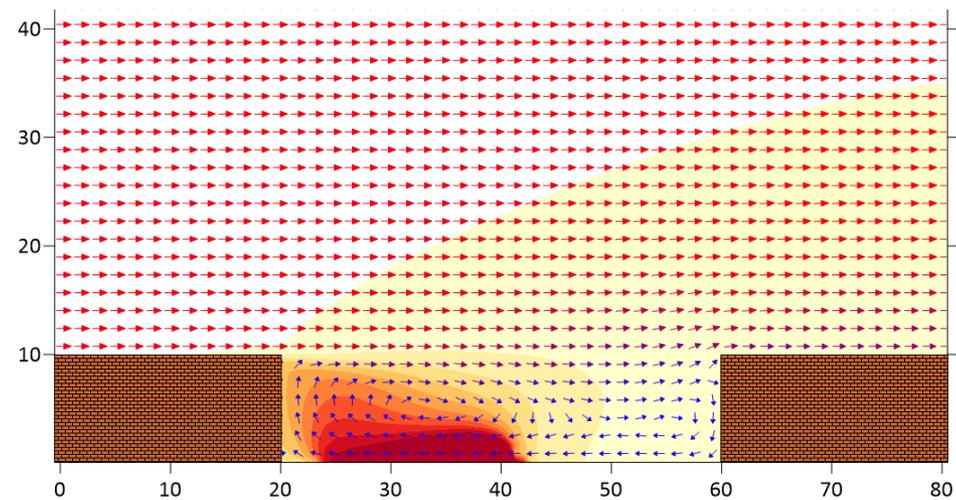
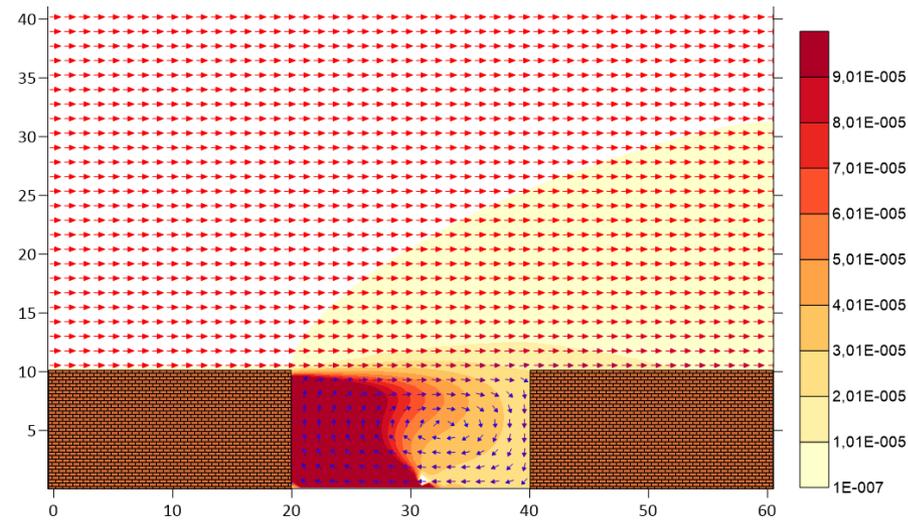
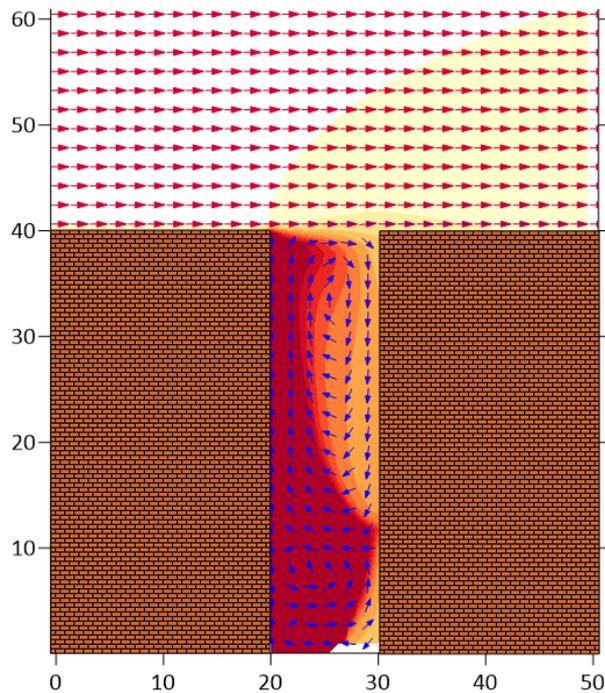
Для неизотермического турбулентного течения воздуха в каньоне исследовано, каким образом разные варианты нагрева образующих уличного каньона влияют на структуру течения и накопление поступающей примеси внутри него.

Рассчитаны и проанализированы интегральные характеристики концентрации примеси в уличном каньоне в целом и в зоне дыхания (до 2 м от дна каньона) в частности.

Получено, что нагрев только наветренной стороны и рост его интенсивности приводит к значительному увеличению значений максимальных и средних концентрации примеси в каньоне.

Влияние геометрических размеров уличного каньона

Геометрические характеристики уличного каньона высота (H) и ширина (W) менялись в диапазоне от 10 до 40 метров. Расчетная область имела следующие размеры $2 \times 20 + W$ метров в продольном направлении и $50 + H$ метров в вертикальном направлении.



Влияние геометрических размеров уличного каньона

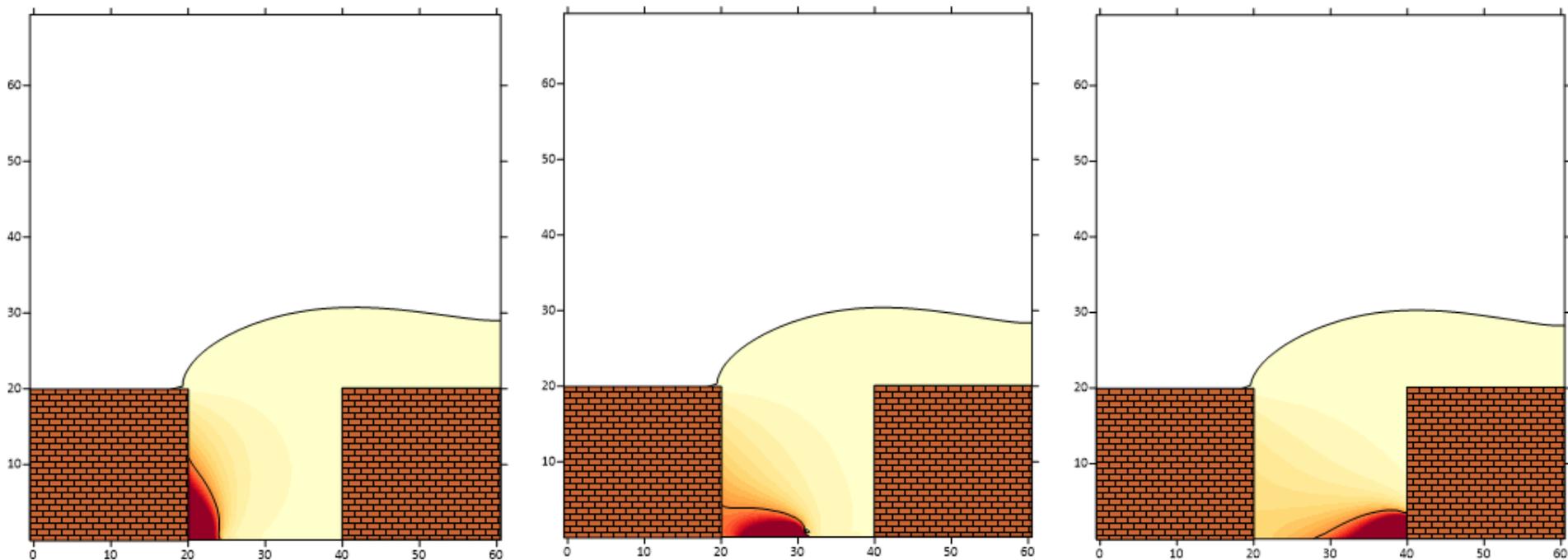
Высота каньона	Ширина каньона	Соотношение высоты и ширины	Максимальная концентрация	Средняя концентрация	
				в зоне дыхания	в каньоне
40	10	4	0,6496	0,006534	0,001100
20	10	2	0,0800	0,002833	0,000852
10	10	1	0,0359	0,002191	0,000911
10	20	0,5	0,0285	0,000853	0,000384
10	40	0,25	0,0278	0,000448	0,000197

Высота каньона	Ширина каньона	Соотношение высоты и ширины	Максимальная концентрация	Средняя концентрация	
				в зоне дыхания	в каньоне
10	10	1	0,0359	0,002191	0,000911
20	20	1	0,0333	0,000976	0,000317
40	40	1	0,0328	0,000559	0,000137

Выводы:

Параметрические расчеты показали, что увеличение соотношения высоты к ширине каньона приводит к повышению максимальной и средней концентрации вредных выбросов в уличном каньоне в целом и в зоне дыхания (до 2 м от дна каньона) в частности. Показано, что модель воспроизводит формирование двухвихревой структуры течения в уличном каньоне, когда соотношение H/W равно 4 или 0,25.

Влияние местоположения источника загрязнения



Расположение источника	Left	Middle	Right
Максимальные концентрации примеси	1.919602	0.20369	0.51267

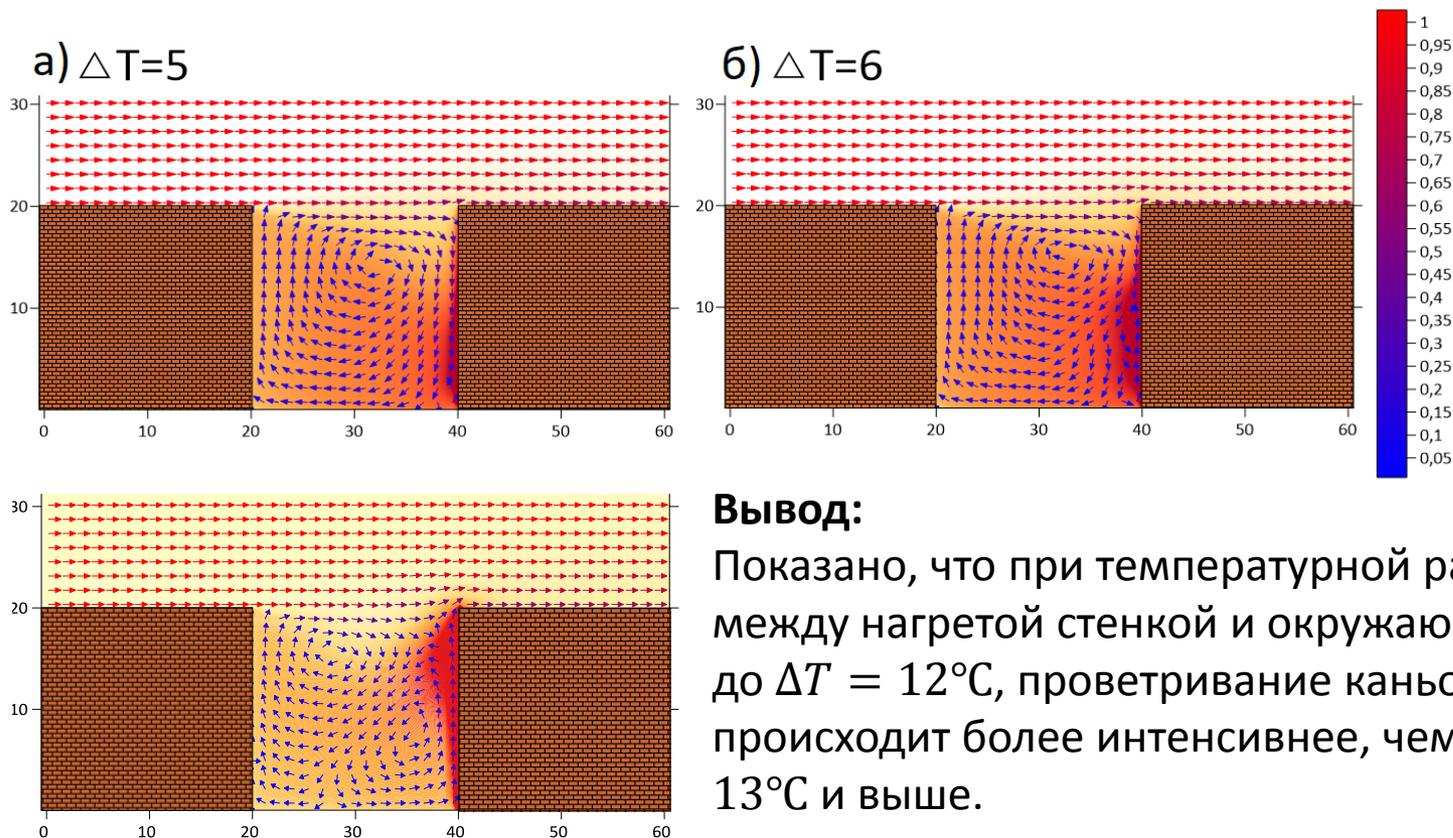
Выводы:

Расположение источника примеси существенно влияет на проветриваемость каньона. В случае центрального расположения источника получена минимальная концентрация примеси в каньоне. Смещение источника примеси к образующим уличного каньона приводит к ухудшению проветриваемости и возрастанию максимальной концентрации.

Влияние температурной неоднородности

Рассмотрен сценарий комбинации двух ранее исследованных случаев, когда источник примеси располагается у подветренной стенки каньона, а нагрета наветренная стенка.

Разница температур ΔT , °C	5	6	7	8	12	13	15	20
Максимальная концентрация примеси, C	0.108	0.114	0.119	0.122	0.148	0.325	0.307	0.301



Вывод:

Показано, что при температурной разнице между нагретой стенкой и окружающей средой до $\Delta T = 12^\circ\text{C}$, проветривание каньона происходит более интенсивнее, чем при $\Delta T = 13^\circ\text{C}$ и выше.

Исследование явления сдвига ветра над взлетно-посадочной полосой аэропорта Богашево



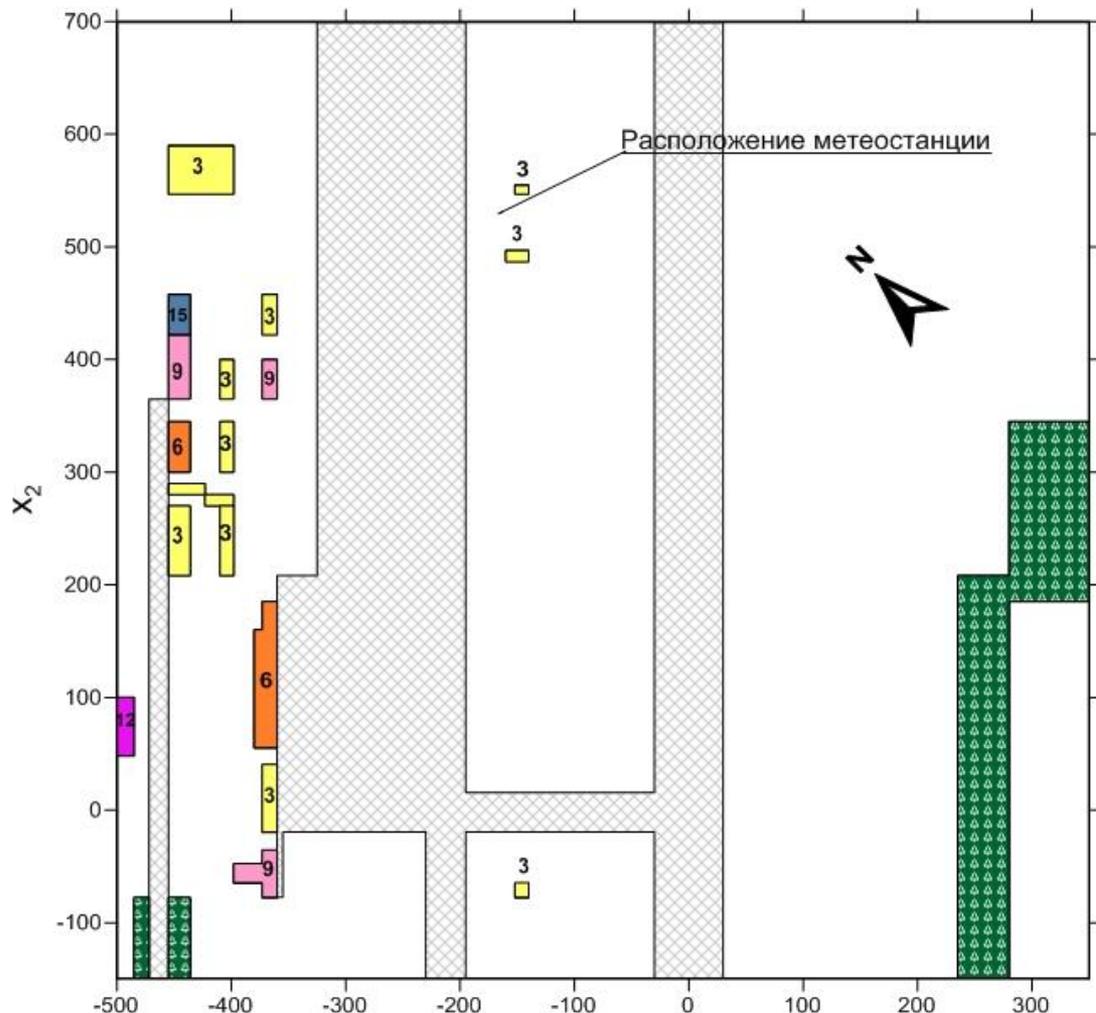
Подготовка геометрии

Рассматриваемая микромасштабная модель была применена для расчета приземного распределения векторного поля ветра и турбулентных параметров над двумя различными участками территории аэропорта Богашево г. Томска. При построении модели использовались данные спутниковых снимков с сайтов <http://maps.yandex.ru>. и <https://maps.google.ru/>



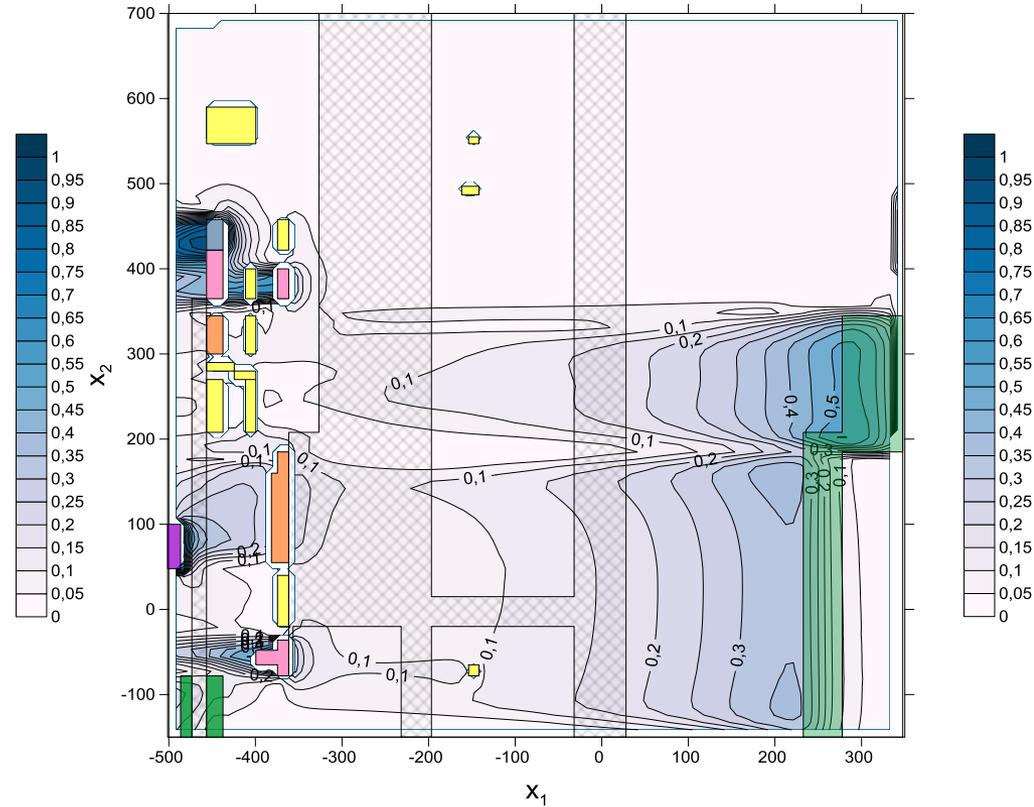
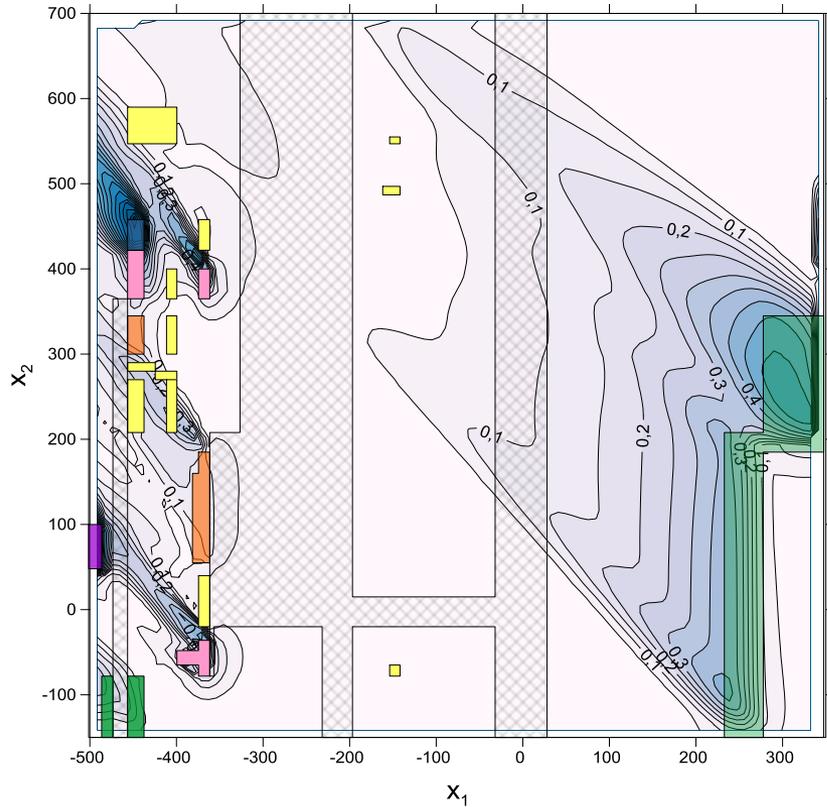
Подготовка геометрии

Первая область имела размеры 1500x1500x200м, расчеты проводились на сетке 161x144x84. Внутри области располагались здания аэропорта, лесополоса, часть взлетно-посадочной полосы, вблизи которой находится



метеорологическая станция, где постоянно в оперативном режиме производятся измерения метеопараметров приземного слоя атмосферы, в том числе, скорость и направление ветра на высоте 10 метров

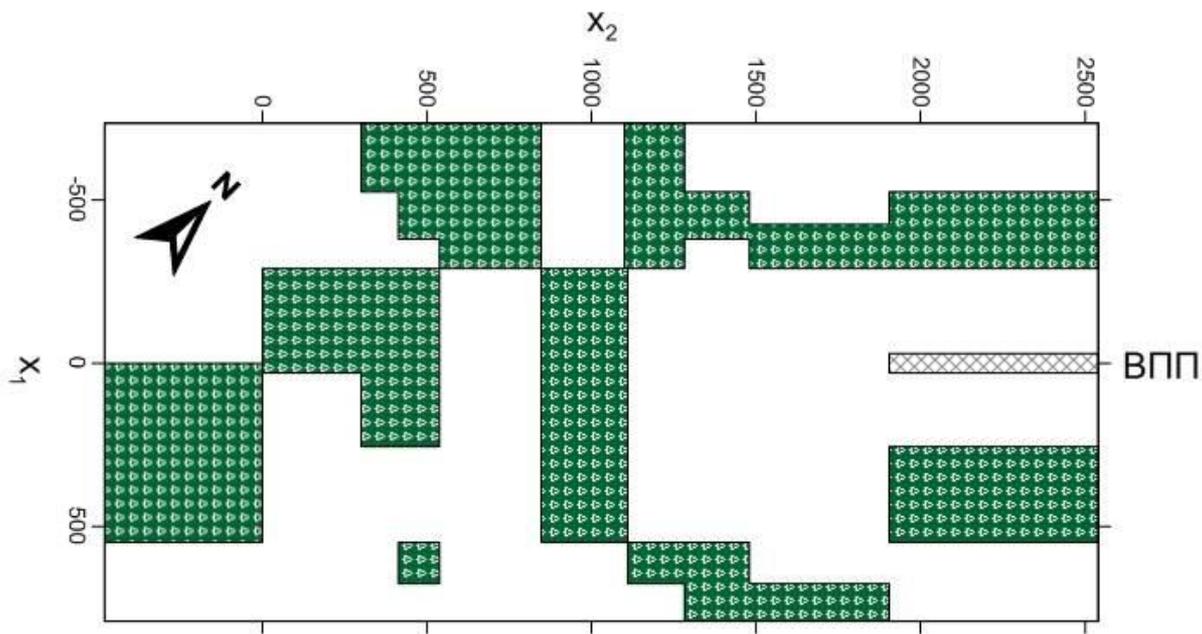
Результаты расчетов



Изолинии модуля вектора относительной скорости потока W_{12} (м/с) по сравнению с потоком при отсутствии зданий и лесных массивов на высоте 10 м. Слева – южное направление ветра, справа – юго-восточное

Результаты расчетов

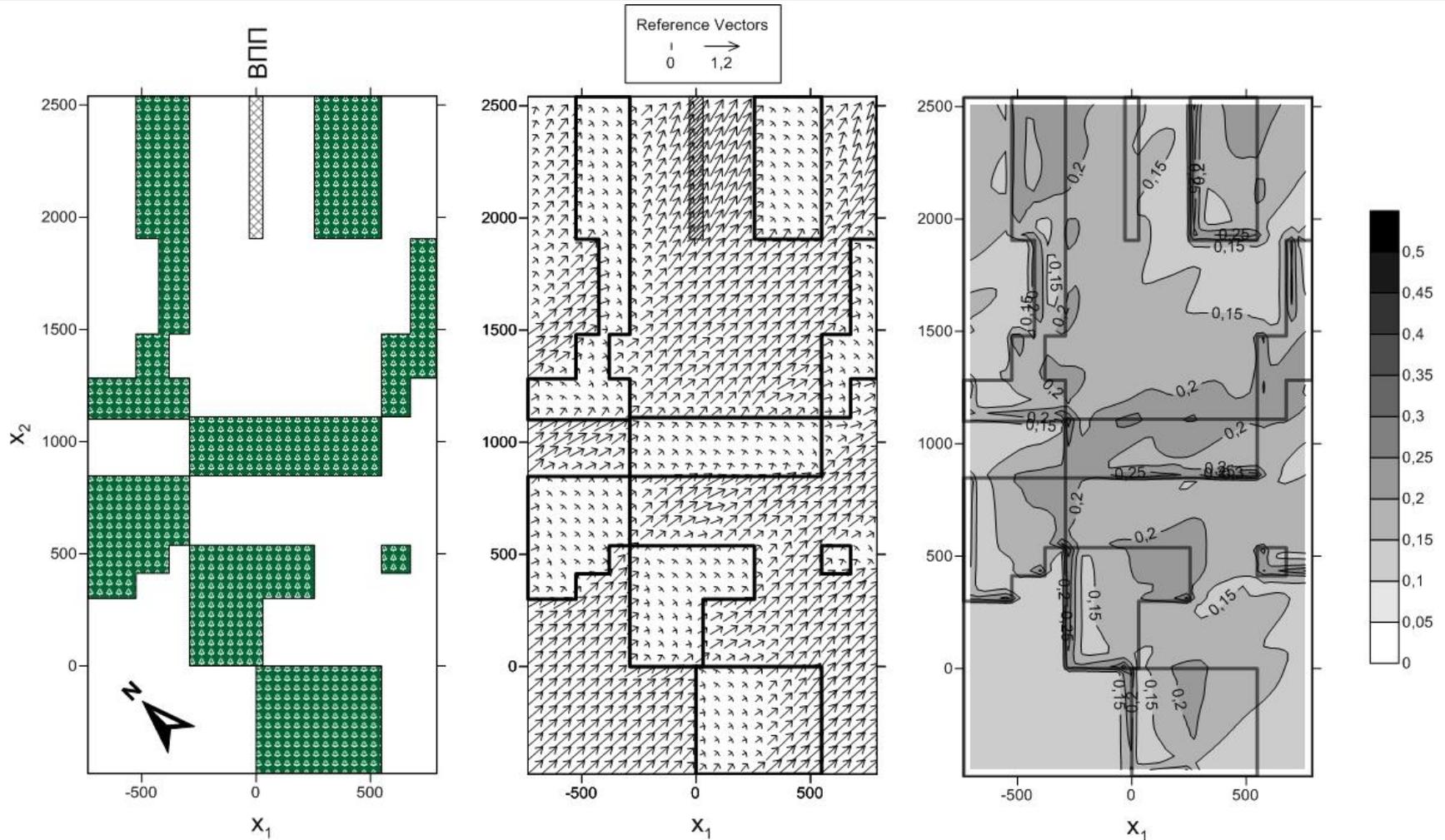
Вторая расчетная область была выбрана для исследования возникновения сдвига скорости ветра, вызванного элементами крупномасштабной шероховатости подстилающей поверхности на участке глissады.



Для угла наклона глissады принято значение 3 градуса. Направление ВПП ориентировано по юго-западному направлению. Размеры области составляют 4000x2000x150м.

Внутри нее располагаются участки лесной растительности высотой 15 метров, часть взлетно-посадочной полосы (ВПП) и открытая поверхность с незначительной растительностью. При расчетах выбрана сетка 144x82x102.

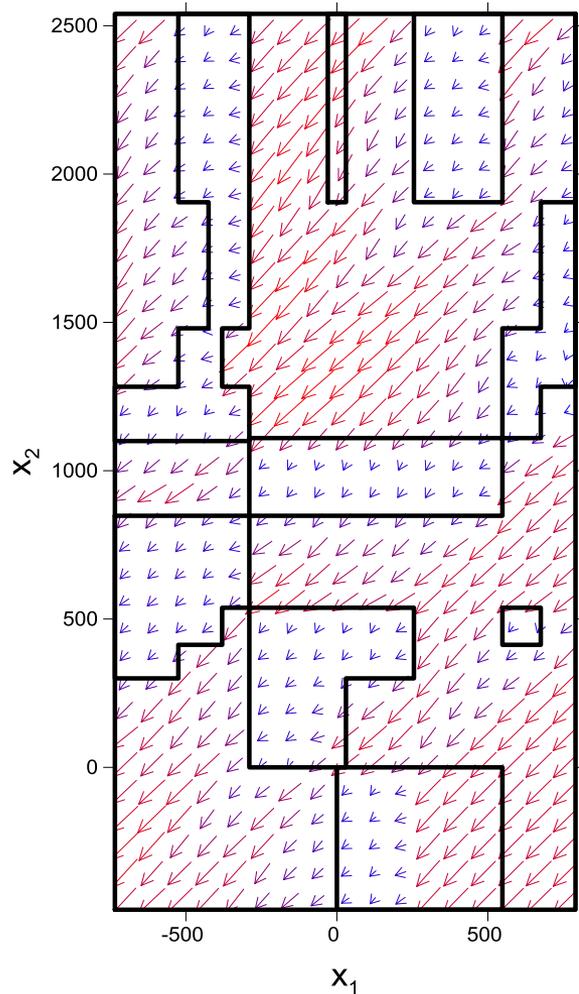
Результаты расчетов



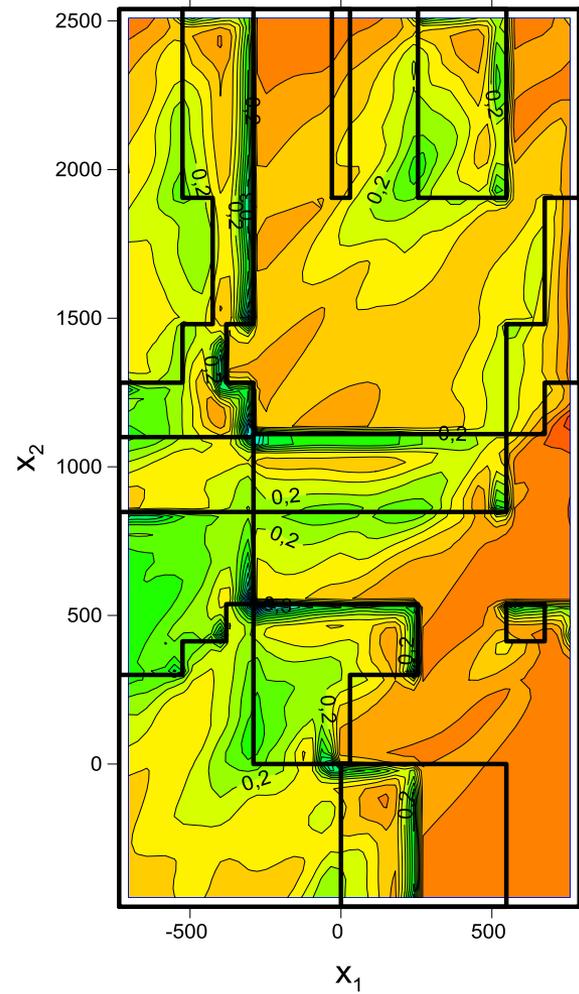
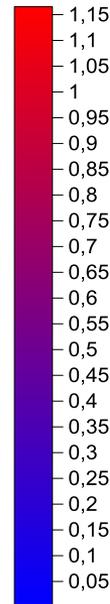
Слева - вид сверху на вторую область исследования, серым цветом отмечена асфальтированная территория, темным цветом отмечены участки лесополосы. В центре представлено векторное поле горизонтальной компоненты ветра на высоте 5м. Основное направление ветра – западное. Справа – изолинии интенсивности турбулентности (м/с)

Результаты расчетов

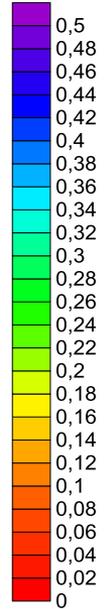
Скорость на входе - 1 м\с, направление ветра - 45°



Векторное поле скорости на высоте 5м.



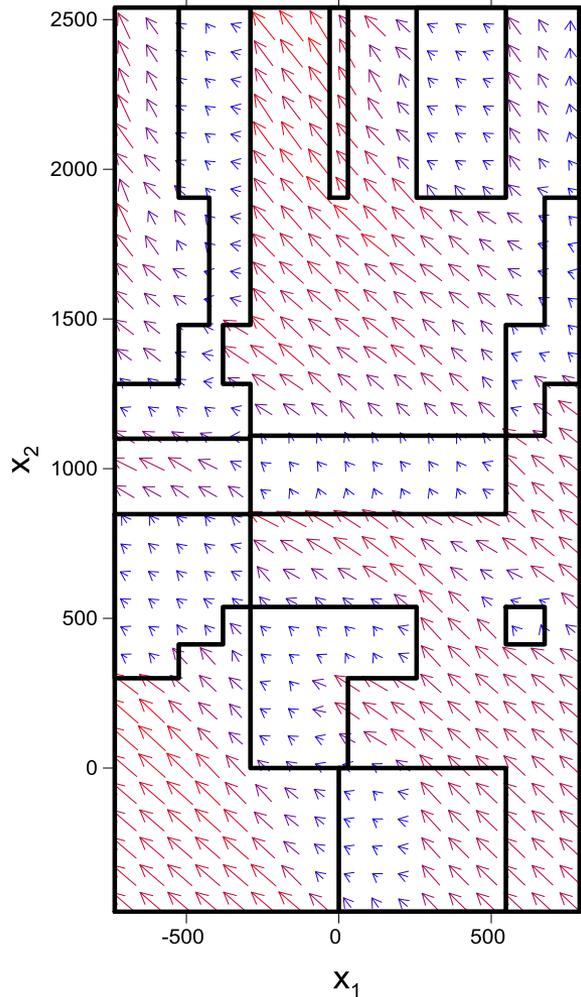
ТКЕ на высоте 5м.



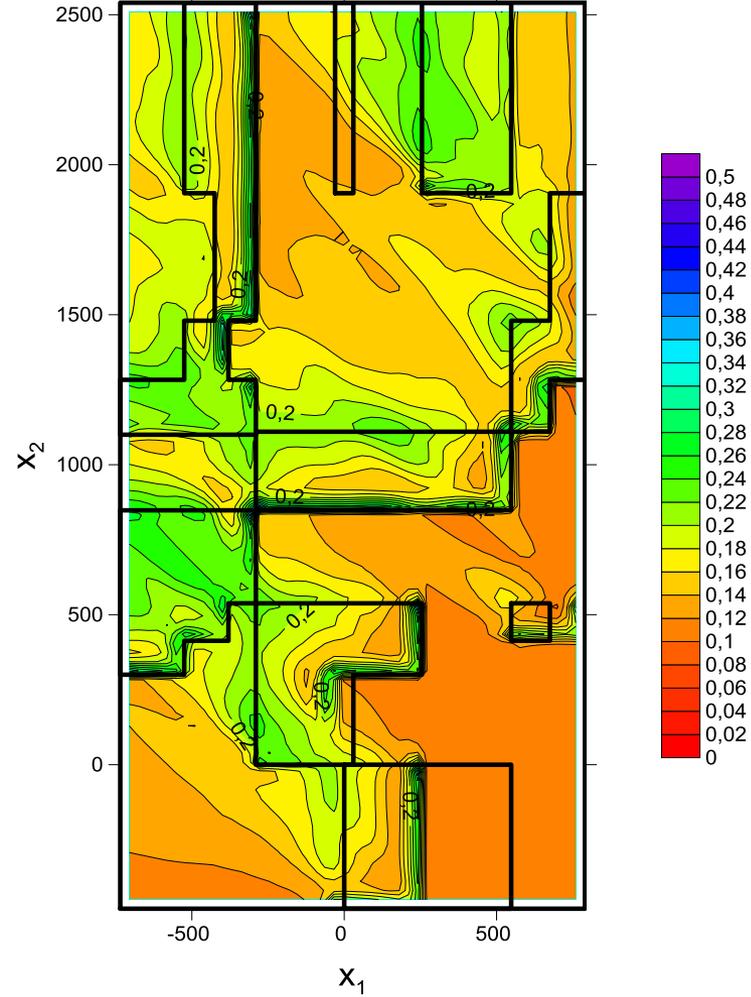
Векторное поле и изолинии интенсивности турбулентности. Основное направление ветра – восточное

Результаты расчетов

Скорость на входе - 1 м/с, направление ветра - 135°



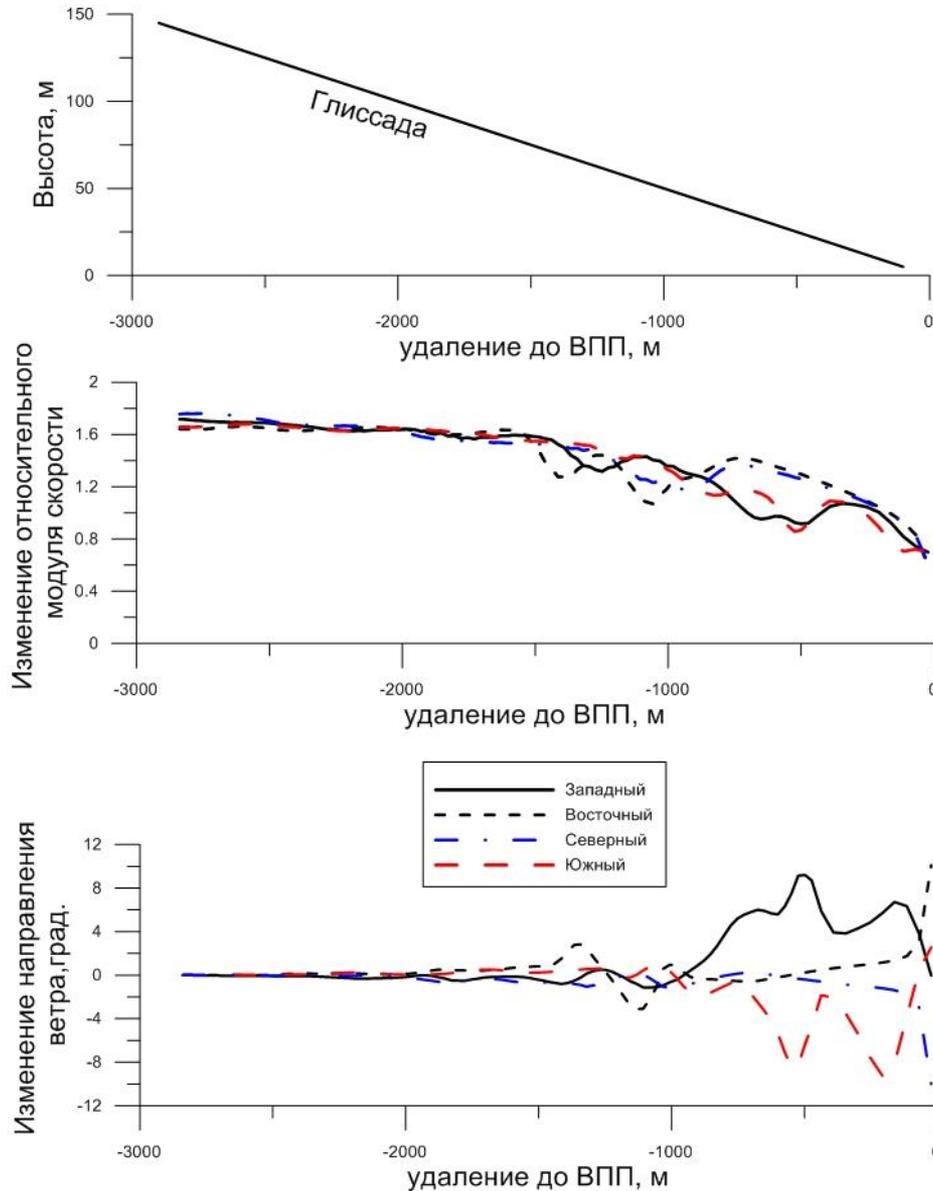
Векторное поле скорости на высоте 5м.



ТКЕ на высоте 5м.

Векторное поле и изолинии интенсивности турбулентности. Основное направление ветра – южное

Результаты расчетов



Графики изменения модуля горизонтальной компоненты скорости ветра, отнесенного к величине u_{ref} , и вариации направления ветра на глиссаде в зависимости от удаления воздушного судна от точки касания ВПП.

Из рисунка видно, что влияние массивов лесной растительности начинает проявляться на глиссаде, когда расстояние до земной поверхности составляет 75 и менее метров. Колебания скорости ветра на относительно небольших участках глиссады могут достигать более 0,4 u_{ref} (восточный ветер).

Изменение направления приземного ветра по глиссаде возможно на высотах ниже 50м.

Выводы:

Микромасштабная модель была применена для анализа распределения приземной скорости ветра и интенсивности турбулентности над аэропортом Томска – Богашево для чего были выбраны две области исследования, построены их цифровые модели, включающие описание расположения зданий, лесных массивов и асфальтированной территории. Одна область исследования предназначена для оценки погрешности измерений приземной скорости ветра аэродромной метеостанцией, вносимых орографическими элементами, вторая – для оценки величины сдвига приземного ветра, обусловленного имеющимся расположением лесной растительности.

Расположение источника примеси существенно влияет на проветриваемость каньона. В случае центрального расположения источника получена минимальная концентрация примеси в каньоне. Смещение источника примеси к образующим уличного каньона приводит к ухудшению проветриваемости и возрастанию максимальной концентрации.

Спасибо за внимание